

Recenzja rozprawy doktorskiej  
Katarzyny Zając  
*Algorytmy kombinatoryczne i graficzne w spektralnej  
klasyfikacji skończonych bigrafów oraz sieciowych  
systemów pierwiastków*

dr hab. Mariusz Grech  
Wydział matematyki i Informatyki  
Uniwersytet Wrocławski

W omawianej rozprawie doktorskiej autorka zajmuje się pełnymi grafami prostymi z krawędziami indeksowanymi liczbami całkowitymi. Z każdym z takich grafów łączy formę kwadratową powstałą z macierzy incydencji. Rozważane są tutaj takie grafy spójne, dla których forma kwadratowa jest nieujemnie określona a jej jądro jest dwuwymiarowe.

Najważniejsze osiągnięcia pracy:

- Znalezienie i definicja rodziny rozszerzonych bigrafów Euklidesa.
- Klasyfikacja spójnych nieujemnych bigrafów korangi dwa jako  $\sim_Z$  kongruentnych z jednym w rozszerzonych bigrafów Euklidesa.
- Algorytm inflacyjny, który poprzez przekształcenia grafowe, znajduje macierz sprzęgającą.
- Pierwiastkowa konstrukcja wszystkich spójnych nieujemnych bigrafów korangi dwa ze spójnych dodatnich bigrafów.
- Konstrukcja orbit pierwiastków.

Ponadto praca zawiera sporą ilość algorytmów realizujących różnego rodzaju konstrukcje zdefiniowane w pracy. Dzięki nim został podany, między innymi, opis wszystkich bigrafów korangi dwa o co najwyżej sześciu wierzchołkach z dokładnością do  $\approx_Z$  kongruencji.

Wyniki zawarte w pracy są bardzo ładne i łączą ze sobą kilka dziedzin: algebrę liniową, kombinatorykę, teorię grafów, i zastosowania informatyczne. Na uwagę zasługują szczególnie konstrukcja pierwiastkowa i algorytm inflacyjny. Pierwsze, korzystając z algebry liniowej rozwiązuje problem grafowy, drugie odwrotnie, metodami grafowymi rozwiązuje problem postawiony w algebrze liniowej.

#### **Uwagi:**

Wydaje się, że problem został postawiony z niewłaściwej strony. Bardziej naturalne byłoby wyjść od form kwadratowych i później przejść do grafów. Wtedy klasa rozpatrywanych grafów wynikła by niejako naturalnie. A tak definicja grafów krawędziowo dwudzielnych jest dość sztuczna. To że wywodzi się ona z grafów oznakowanych zupełnie nie jest tutaj używane i naturalniejsza byłaby inna definicja. Rozumiem, iż pochodzi ona od promotora, który być może używał gdzieś szerszej klasy grafów, ale tu wydaje się nie na miejscu. Prowadzi to do znacznie trudniejszej i brzydszej definicji algorytmu inflacyjnego, który w normalnym przypadku była by bardzo naturalna.

Praca jest napisana poprawnie językowo. Jednak jest tu bardzo dużo powtórzeń. Kilkukrotnie jest tu to samo omówienie, co będzie się robić w pracy. Definicje są podawane również kilkukrotnie. Czasami najpierw niepełne, a dopiero gdzieś daleko poprawna wersja. Wygląda na to, że autorka najpierw dała bardzo długi wstęp, by czytelnik zorientował się co będzie w pracy, a później za każdym razem powtarzała to jeszcze raz w odpowiednim miejscu, tak aby każdy rozdział dało się czytać w oderwaniu od reszty pracy. Niestety daje to bardzo obszerną i nużącą pracę, którą trudno śledzić. Wydaje się, iż z drobnym wstępem, mogła się zacząć od rozdziału czwartego.

Poprzednie rozdziały mają dodatkowo ten mankament, że nie ma tam niektórych definicji, lub nie ma definicji, których się używa w dalszej części pracy i w związku z tym podawane są twierdzenia, w których czytelnik musi się domyślać znaczenia obiektów tam występujących. Dodatkowo autorka ma tutaj dziwne podejście do dowodów nie swoich twierdzeń. Z jednej strony zaczyna dowód, a z drugiej poprzestaje na zacytowaniu faktów z pracy, w której ten dowód się znajduje.

W całej pracy znajduje się niewielka ilość misprintów, raczej bez znaczenia mając na uwagę jej rozmiar.

Rezultaty otrzymane są bardzo ładne, a metody pomysłowe. Z drugiej strony, w zasadzie wszystkie rezultaty i metody są zaadoptowaniem metod, głównie z prac promotora, użytych do klasyfikacji grafów korangi jeden (głow-

nych). Tam był to bardzo dobry wynik. Tutaj jest to powielenie, co nie przeszkadza temu, iż wciąż są to dość dobre wyniki.

Kolejną rzeczą są algorytmy, zamieszczone głównie na końcu dysertacji. Jest ich dużo. Jednak w przeważającej ilości są one algorytmicznym zapisaniem dowodów pracy i same w sobie nie wyglądają na szczególnie wybitne osiągnięcie. Osiągnięciem tutaj (o ile to nie wyszło samo z siebie) było napisanie takich dowodów, które po przełożeniu na język algorytmiczny dawały by dobrą złożoność obliczeniową. Oczywiście trzeba było również włożyć wiele pracy by wszystkie te algorytmy zaimplementować i użyć. Dzięki nim zostały otrzymane niektóre wyniki i mogą również posłużyć do dalszych rozważań eksperymentalnych, które być może zaowocują jakimiś ogólniejszymi wynikami.

#### **Konkluzja:**

Chociaż rozprawa stosuje w zasadzie metody wynalezione wcześniej to i tak wyniki otrzymane przy ich pomocy są bardzo ładne i ciekawe. Praca jest napisana starannie, chociaż z pewnymi mankamentami i zbyt rozwlekła. Największym dla mnie problemem jest to, iż nie jest jasne, czy i które wyniki zostały uzyskane samodzielnie. Budzi to tym większą obawę, że po mojej prośbie o określenie, które wyniki zostały uzyskane bezpośrednio przez panią Zajęc najpierw dostałem odmowę podania tej informacji, a po ponowieniu prośby dostałem tylko oświadczenie o równym udziale wkładu, każdego z współautorów prac, na których bazuje rozprawa. Autorka była nieco bardziej konkretna i bazując na tym co określiła jako będące jej autorstwa, uważam, że jej wkład jest wystarczający. Niestety nie pozwala mi to jednak na bardziej entuzjastyczną opinię.

Mimo wszystko uważam, że przedłożona rozprawa spełnia warunki stawiane rozprawą doktorską przez art.13 Ustawy. Wnoszę zatem o dopuszczenie Kandydatki do dalszego toku przewodu doktorskiego.



dr hab Mariusz Grech