Uniwersytet Wrocławski
WYDZIAŁ MATEMATYKI I INFORMATYKI
INSTYTUT INFORMATYKI

Prof. Witold Charatonik
http://www.ii.uni.wroc.pl/~wch

Wrocław, 13 marca 2024

Recenzja rozprawy doktorskiej Jędrzeja Kołodziejskiego
pt. *Bisimulation-Invariant Logics: Beyond Finite (and Infinite)*

Rozprawa doktorska Jędrzeja Kołodziejskiego, napisana pod kierunkiem prof. Bartosza Klina, dotyczy logik niezmienniczych na bisymulacje, czyli logik modalnych. Jej główne wyniki podzielone są na dwie części. Część pierwsza jest kontynuacją badań autora rozpoczętych w jego pracy magisterskiej i poświęcona jest klasycznym problemom teoriomodelowym przeniesionym na grunt modalny, z największym naciskiem położonym na kategoryczność. Część druga wprowadza i bada rozszerzenie klasycznego modalnego rachunku punktów stałych o operatory odliczające.

Pierwsze dwa rozdziały stanowią wstęp i obszerne wprowadzenie w tematykę rozprawy. Widać, że autor włożył w tę część wiele wysiłku, szczególnie w przypadku wprowadzenia do drugiej części. Dzięki przedstawieniu klasycznych wyników dla logiki ML z perspektywy działania zastosowanych w rozprawie technik, czytelnik zostaje przygotowany na ogrom szczegółów technicznych przy dowodzeniu analogicznych twierdzeń dla rozszerzenia. Jedyne, czego mi zabrakło w tej części, to przypomnienie potrzebnych pojęć topologicznych, takich jak przestrzeń Hausdorffa czy własności topologii 2^{ML}, bo nie oczekiwałbym, że przeciętny czytelnik rozprawy się nimi swobodnie posługuje.

Główne wyniki pierwszej części to charakteryzacja bisymulacyjnej kategoryczności. W teorii modeli naturalne jest pytanie o kategoryczność, tj. dla danej teorii (czyli maksymalnego niesprzecznego zbioru formuł) pytamy o to, czy ma ona unikalny model. Zwykle przez unikalny rozumie się tutaj jedyny *z dokładnością do izomorfizmu*, jednak w kontekście logik modalnych, które nie odróżniają modeli bisymulacyjnie równoważnych, pytamy o jedyny *z dokładnością do bisymulacji*. Autor podał prostą i elegancką charakteryzację: teoria jest bisymulacyjnie kategoryczna wtedy i tylko wtedy, gdy ma model o skończonym obrazie, tzn. gdy każdy element modelu ma skończenie wiele następników. Dowód tej charakteryzacji opiera się na eleganckim uogólnieniu twierdzenia Hennessy-Milnera przy użyciu metod topologicznych.

Naturalnym kierunkiem dalszych badań było sprawdzenie kategoryczności w danej klasie modeli, czyli pytanie, kiedy dana teoria ma unikalny model w ustalonej klasie. Okazuje się, że podana wyżej charakteryzacja działa także dla klas modeli przechodnich i dwukierunkowych. Dowody są podobne jak w ogólnym przypadku, choć trochę bardziej skomplikowane, i również opierają się na własnościach topologicznych. Kluczowa jest tutaj własność zwartości, jednak wbrew oczekiwaniom okazuje się, że istnieją przykłady klas modeli, dla których zwartość nie gwarantuje działania charakteryzacji.

Kolejną badaną klasą były modele porządkowe: modele z jedną modalnością, w których relacja dostępności jest dobrym porządkiem. Tutaj też poznajemy prostą charakteryzację: teoria jest kategoryczna wtedy i tylko wtedy, gdy ma model skończony. Ta charakteryzacja, mimo że podobna do wcześniejszych, dowodzona jest przy użyciu innych środków, w szczególności nie korzysta z twierdzenia o zwartości. Dodatkowo dla tej klasy modeli zostało udowodnione twierdzenie o zwartości i twierdzenie o małym modelu.

W drugiej części autor rozszerza klasyczną logikę μ-ML, modalną logikę z punktami stałymi, o operatory odliczające. Pozwala to na wyrażenie własności (nie)ograniczoności, mówiące np. że w modelu (nie) istnieją dowolnie długie ciągi określonych akcji. Próby wprowadzenia logik o podobnej sile wyrazu były podejmowane już dwadzieścia lat temu przez Bojańczyka, jednak jego logika MSO+U, monadyczna logika drugiego rzędu z kwantyfikatorem nieograniczoności, okazała się nierozstrzygalna.

Wydaje się, że głównym celem tej części rozprawy było uzyskanie rozstrzygalnego rozszerzenia logiki μ-ML o zwiększonej sile wyrazu, pozwalającej wyrażać własności (nie)ograniczoności. Niestety cel ten nie został osiągnięty: otrzymana logika $\mu^{<\infty}$-ML jest wystarczająco ekspresyjna, ale nie udało się udowodnić jej rozstrzygalności. To trochę rozczarowujące, bo w trakcie czytania rozprawy wydawało się, że autor rozwija wszystkie potrzebne narzędzia i idzie prostą drogą do celu. Udowodnił twierdzenia o równoważności pomiędzy logiką, automatami i grami, a także twierdzenia o hierarchii (kolejne zagnieżdżenia operatorów odliczających dają logice większą siłę wyrazu). Przypadek logiki $\mu^{<\infty}$-ML okazał się jednak dużo bardziej skomplikowany od klasycznego. Wektorowy wariant logiki, w którym operatory odliczające używają jednocześnie wielu zmiennych, okazał się (inaczej niż w przypadku operatorów punktu stałego w logice μ-ML) istotnie silniejszy od wariantu skalarnego używającego pojedynczych zmiennych. Nowe gry nie mają strategii pozycyjnych, a konstruowane automaty alternujące nie mają równoważnych automatów niedeterministycznych. Dlatego po wprowadzeniu całego tego aparatu (około 70 stron trudnych twierdzeń) okazuje się, że nie wystarcza on do udowodnienia rozstrzygalności wprowadzonej logiki i zostajemy tylko z hipotezą o rozstrzygalności. Doktorant zadbał jednak o jeden wynik pozytywny: udowodnił rozstrzygalność fragmentu Büchiego (czyli pierwszego stopnia w nieskończonej hierarchii) dla nieskończonych słów. Niestety nie jest dla mnie jasne, jak bardzo istotny jest ten wynik, bo akurat dla takich modeli (a nawet dla nieskończonych drzew o ustalonej arności) mieliśmy już rozstrzygalność słabego wariantu logiki MSO+U. W każdym razie po lekturze tej rozprawy pozostaje nadzieja, że rozbudowany w niej aparat automatów i gier równoważnych logice pozwoli w przyszłości uzyskać rozstrzygalność.

Praca doktorska pana Kołodziejskiego jest dobrze napisana, choć oczywiście w tak dużym tekście nie dało się uniknąć drobnych błędów i literówek. Autor włożył sporo wysiłku, aby obok formalnych rozumowań przedstawić także kryjące się za tymi rozumowaniami intuicje. Dzięki temu czytelnik może dość łatwo sam korygować nieliczne napotkane pomyłki autora. Bibliografia jest bardzo dobrze przygotowana.

Bardzo pozytywnie oceniam całą rozprawę. W mojej ocenie sama jej druga część dotycząca logiki $\mu^{<\infty}$-ML wystarczyłaby na doktorat, i to pomimo nieosiągnięcia zamierzonego celu. Autor zaatakował problem otwarty od dwudziestu lat i przedstawił solidne wyniki częściowe, wyznaczając ciekawy kierunek badań. Wykazał się przy tym dojrzałością naukową: przedstawione rozumowania są często skomplikowane i wymagają znaczącego warsztatu; duże wrażenie robi zapanowanie nad ogromną i bardzo złożoną konstrukcją.

Na dorobek naukowy Jędrzeja Kołodziejskiego składają się dwa artykuły opublikowane na konferencjach *Advances in Modal Logic* oraz *Mathematical Foundations of Computer Science*. Zawierają one główne wyniki obu części rozprawy. Obie konferencje są uznane przez międzynarodowe środowisko naukowe (mają odpowiednio kategorie B i A w rankingu CORE), a opublikowane tam artykuły przechodzą rygorystyczną procedurę oceny przez niezależnych recenzentów. Nie jest to dorobek wybitny, ale w mojej ocenie całkowicie wystarczający na tym etapie kariery naukowej.

Podsumowując, jestem przekonany, że przedłożona rozprawa spełnia zwyczajowe i ustawowe wymogi stawiane rozprawom doktorskim, dlatego wnoszę o dopuszczenie mgra Kołodziejskiego do dalszych etapów postępowania w sprawie nadania stopnia doktora.