

Charakterystyczne dla zapisu liczb w papirusach czasów Średniego Państwa egipskiego jest przedstawianie ułamków właściwych jako sumy różnych ułamków prostych, tj. o liczniku 1.

Każdy ułamek $\frac{k}{n} \in (0, 1)$, może być przedstawiony w ten sposób, czego dowodzi

bardzo prosty algorytm: odejmujemy od $\frac{k}{n}$ największy nieprzekraczający go ułamek prosty. Operacja ta – jak łatwo zauważyć – zmniejsza licznik o 1, a więc daje rozkład o co najwyżej k składnikach. Na ogół składników tych jest mniej.

Przykłady: $\frac{5}{12} = \frac{1}{3} + \left(\frac{5}{12} - \frac{1}{3}\right) = \frac{1}{3} + \frac{5-4}{12} = \frac{1}{3} + \frac{1}{12}$;

$$\begin{aligned} \frac{9}{19} &= \frac{1}{3} + \left(\frac{9}{19} - \frac{1}{3}\right) = \frac{1}{3} + \frac{27-19}{57} = \frac{1}{3} + \frac{8}{57} = \frac{1}{3} + \frac{1}{8} + \left(\frac{8}{57} - \frac{1}{8}\right) = \\ &= \frac{1}{3} + \frac{1}{8} + \frac{64-57}{456} = \frac{1}{3} + \frac{1}{8} + \frac{7}{456} = \frac{1}{3} + \frac{1}{8} + \frac{1}{66} + \left(\frac{7}{456} - \frac{1}{66}\right) = \\ &= \frac{1}{3} + \frac{1}{8} + \frac{1}{66} + \frac{462-456}{456 \cdot 66} = \frac{1}{3} + \frac{1}{8} + \frac{1}{66} + \frac{6}{456 \cdot 66} = \\ &= \frac{1}{3} + \frac{1}{8} + \frac{1}{66} + \frac{1}{456 \cdot 11} = \frac{1}{3} + \frac{1}{8} + \frac{1}{66} + \frac{1}{5016}. \end{aligned}$$

Jak widać w pierwszym przypadku rozkład uzyskany przez zastosowanie algorytmu ma dwa składniki zamiast gwarantowanych pięciu, w drugim cztery zamiast dziewięciu.

Oczywiście istnieją dłuższe rozkłady, na przykład $\frac{2}{29} = \frac{1}{15} + \frac{1}{435}$ ma też

w papirusie Rhinda rozkład $\frac{2}{29} = \frac{1}{24} + \frac{1}{58} + \frac{1}{174} + \frac{1}{232}$ – proszę sprawdzić.

Jak widać, rozkład na ułamki proste nie jest jednoznaczny, czego najprostszym przykładem jest $\frac{1}{2} = \frac{1}{3} + \frac{1}{6}$.

To, że minimalne rozkłady ułamków o liczniku k są często krótsze, niż k -składnikowe, jest tematem trudnych i otwartych problemów.

Dokładniej: minimalne rozkłady ułamków o liczniku 2 są, oczywiście, dwuskładnikowe (patrz wyżej; $\frac{2}{5} = \frac{1}{3} + \frac{1}{15}$, $\frac{2}{7} = \frac{1}{4} + \frac{1}{28}$ itd.), minimalne rozkłady ułamków o liczniku 3 są czasem dwuskładnikowe (np. $\frac{3}{10} = \frac{1}{4} + \frac{1}{20}$), czasem trójskładnikowe (np. $\frac{3}{7} = \frac{1}{3} + \frac{1}{11} + \frac{1}{231}$). Natomiast nie udało się dotąd znaleźć ułamka o liczniku 4, który nie miałby rozkładu krótszego niż cztery składniki ($\frac{4}{5} = \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{20}$, $\frac{4}{7} = \frac{1}{2} + \frac{1}{14}$, $\frac{4}{13} = \frac{1}{4} + \frac{1}{18} + \frac{1}{468}$).

Erdős i Strauss postawili problem, czy w ogóle istnieje jakiś ułamek o liczniku 4, który rozkładu krótszego niż cztery składniki nie ma, sugerując, że nie istnieje. Daleko dalej idzie hipoteza Schinzla, który ma nadzieję, że dla każdego k istnieje takie N , że wszystkie ułamki $\frac{k}{n}$ dla $n > N$ mają rozkłady krótsze niż czteroskładnikowe. Problemy te są otwarte i uważane za trudne.

Wracając do Egiptu: ułamek $\frac{2}{3}$, choć przecież rozkładalny, miał oddzielny hieroglif.