Od strzały Zenona

do

prędkości chwilowej

Pierwszy etap pitagoreizmu głosił hasło

wszystko jest liczbą,

czyli

harmonia Wszechświata wyraża się stosunkiem liczb naturalnych
i jest tym większa, im te liczby są mniejsze.

Odkrycie niewymierności
– niewspółmierności boku i przekątnej kwadratu –
kazało znacznie uogólnić pojęcie proporcji,

co zaowocowało wprowadzeniem liczb rzeczywistych, Pierwszy etap pitagoreizmu głosił hasło

wszystko jest liczbą,

czyli

harmonia Wszechświata wyraża się stosunkiem liczb naturalnych
i jest tym większa, im te liczby są mniejsze.

Odkrycie niewymierności
– niewspółmierności boku i przekątnej kwadratu –
kazało znacznie uogólnić pojęcie proporcji,

co zaowocowało wprowadzeniem liczb rzeczywistych,

ale i podejrzliwością wobec kategorycznych deklaracji
dotyczących pojęć i zależności obserwowanych w przyrodzie.

Przed dwoma i pół tysiącleciami
w kolonii greckiej w Italii – mieście Elea –
działała szkoła filozoficzna zgrupowana wokół **Parmenidesa**.

Jednym z najbardziej aktywnych jej członków był **Zenon**.

Przed dwoma i pół tysiącleciami
w kolonii greckiej w Italii – mieście Elea –
działała szkoła filozoficzna zgrupowana wokół **Parmenidesa**.

Jednym z najbardziej aktywnych jej członków był **Zenon**.

Wśród licznych sformułowanych przez niego zastrzeżeń, *aporii*,
najtrudniejszą była **aporia o strzale**:

*Strzała wypuszczona z łuku w każdym momencie
znajduje się w jakimś punkcie – to kiedy leci?*

Przed dwoma i pół tysiącleciami
w kolonii greckiej w Italii – mieście Elea –
działała szkoła filozoficzna zgrupowana wokół **Parmenidesa**.

Jednym z najbardziej aktywnych jej członków był **Zenon**.

Wśród licznych sformułowanych przez niego zastrzeżeń, *aporii*,
najtrudniejszą była **aporia o strzale**:

*Strzała wypuszczona z łuku w każdym momencie
znajduje się w jakimś punkcie – to kiedy leci?*

Dziś fizycy nie mają z tym żadnego kłopotu –
wiedzą, że do opisu ruchu potrzebne są dwie wielkości:
położenie – gdzie jest, i pęd – jak leci.

Wiążą je nawet zasadą nieoznaczoności Heisenberga.

Aporia o strzale była najtrudniejsza, bo nie dawała się pokonać rozważaniami Arystotelesa o różnych nieskończonościach.

Aporia o strzale była najtrudniejsza, bo nie dawała się pokonać rozważaniami Arystotelesa o różnych nieskończonościach.

Wyprowadzono więc ją poza obręb matematyki czy fizyki stwarzając problematykę stanów i zmienności.

Aporia o strzale była najtrudniejsza, bo nie dawała się pokonać rozważaniami Arystotelesa o różnych nieskończonościach.

Wyprowadzono więc ją poza obręb matematyki czy fizyki stwarzając problematykę stanów i zmienności.

Przez całe Średniowiecze zmagano się z tymi pojęciami;

wielkie zasługi w tej sprawie położyli
Thomas Bradwardine (Oxford, XIV w.)
i **Nicolas Oresme** (Sorbona, XV w.),

rozważając powiązanie stanów i zmienności praktycznie w każdej dziedzinie: w opisie ruchu, handlu, produkcji rolnej, nauki, wiary, uczciwości, uczuć, prawdomówności, polityki, prawodawstwa itd., itp.

Rozwiązanie jednak zostało znalezione na gruncie fizyki.

Zaczęło się od krytyki Galileusza
opisu swobodnego spadku
przez Arystotelesa.

Rozwiązanie jednak zostało znalezione na gruncie fizyki.

Zaczęło się od krytyki Galileusza
opisu swobodnego spadku
przez Arystotelesa.

Arystoteles uważał,
że w swobodnym spadku
prędkość jest
proporcjonalna
do przebytej drogi,
$v(t) = c \cdot s(t)$.

Galileusz
sprowadził to
do absurdu.

Rozwiązanie jednak zostało znalezione na gruncie fizyki.

Zaczęło się od krytyki Galileusza
opisu swobodnego spadku
przez Arystotelesa.

Arystoteles uważał,
że w swobodnym spadku
prędkość jest
proporcjonalna
do przebytej drogi,
$v(t) = c \cdot s(t)$.

Galileusz
sprowadził to
do absurdu.

– $s = v = 0$

– $s = v = 1/8$

– $s = v = 1/4$

– $s = v = 1/2$

– $s = v = 1$

Rozwiązanie jednak zostało znalezione na gruncie fizyki.

Zaczęło się od krytyki Galileusza
opisu swobodnego spadku
przez Arystotelesa.

Arystoteles uważał,
że w swobodnym spadku
prędkość jest
proporcjonalna
do przebytej drogi,
$v(t) = c \cdot s(t)$.

Galileusz
sprowadził to
do absurdu.

– $s = v = 0$

– $s = v = 1/8$

– $s = v = 1/4$

– $s = v = 1/2$

$t > 1/2$

– $s = v = 1$

Rozwiązanie jednak zostało znalezione na gruncie fizyki.

Zaczęło się od krytyki Galileusza opisu swobodnego spadku przez Arystotelesa.

Arystoteles uważał, że w swobodnym spadku prędkość jest proporcjonalna do przebytej drogi, $v(t) = c \cdot s(t)$.

Galileusz sprowadził to do absurdu.

– $s = v = 0$

– $s = v = 1/8$

– $s = v = 1/4$

$t > 1/2$

– $s = v = 1/2$

$t > 1/2$

– $s = v = 1$

Rozwiązanie jednak zostało znalezione na gruncie fizyki.

Zaczęło się od krytyki Galileusza opisu swobodnego spadku przez Arystotelesa.

Arystoteles uważał, że w swobodnym spadku prędkość jest proporcjonalna do przebytej drogi, $v(t) = c \cdot s(t)$.

Galileusz sprowadził to do absurdu.

– $s = v = 0$

– $s = v = 1/8$

$t > 1/2$

– $s = v = 1/4$

$t > 1/2$

– $s = v = 1/2$

$t > 1/2$

– $s = v = 1$

Galileusz zaproponował inną zależność – proporcjonalność prędkości do czasu, $v(t) = a \cdot t$ i postanowił sprawdzić to doświadczalnie.

Galileusz zaproponował inną zależność –
proporcjonalność prędkości do czasu, $v(t) = a \cdot t$
i postanowił sprawdzić to doświadczalnie.

Wobec niedysponowania praktycznie żadnym zegarem,
zdecydował, że ruch należy spowolnić,
a narzędziem do tego przydatnym może być równia pochyła.

Na niej zależność prędkości od czasu będzie taka sama,
z tym, że współczynnik proporcjonalności będzie inny, jakieś a_1.

Galileusz zaproponował inną zależność –
proporcjonalność prędkości do czasu, $v(t) = a \cdot t$
i postanowił sprawdzić to doświadczalnie.

Wobec niedysponowania praktycznie żadnym zegarem,
zdecydował, że ruch należy spowolnić,
a narzędziem do tego przydatnym może być równia pochyła.

Na niej zależność prędkości od czasu będzie taka sama,
z tym, że współczynnik proporcjonalności będzie inny, jakieś a_1.

Każde doświadczenie należy przygotować teoretycznie.

Najpierw obliczenie drogi: skoro na początku prędkość jest 0,
a po czasie t jest równa at, to średnia prędkość jest równa $at/2$,
co po czasie t da drogę $at^2/2$.
Na równi będzie to oczywiście $a_1t^2/2$.

I tu dwa genialne pomysły.

Pierwszy to wektor.

Drugi to twierdzenie:

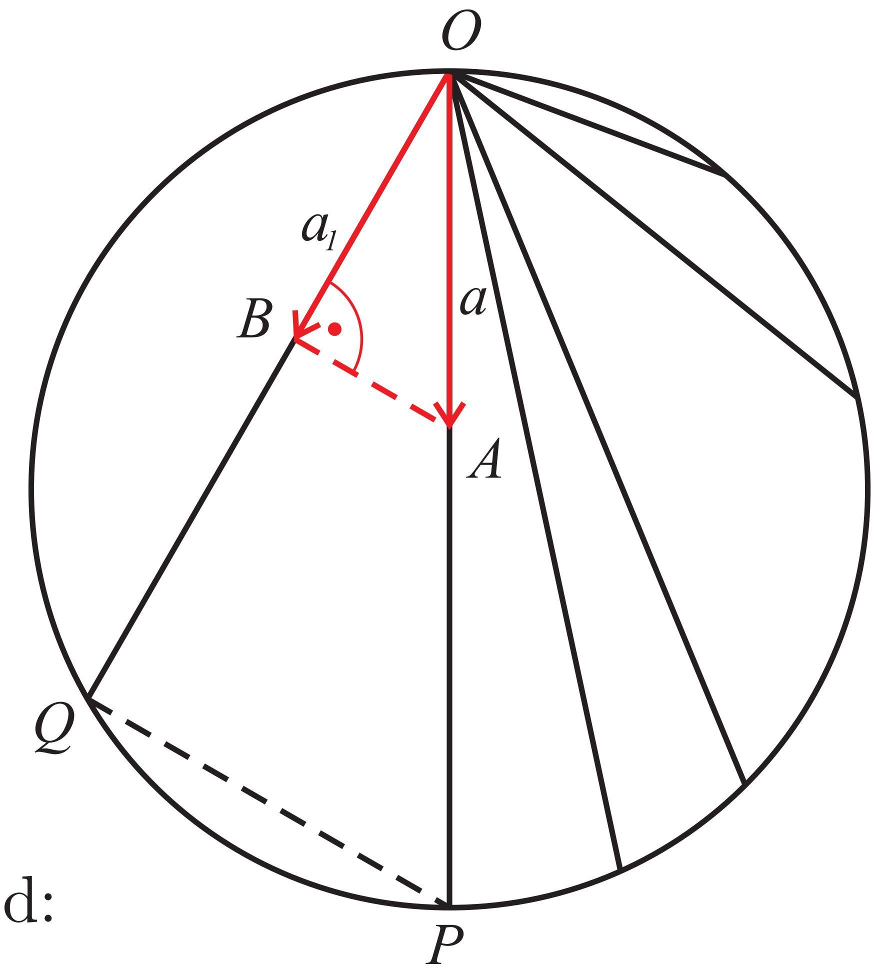
Spadek ciała
po każdej z cięciw
wychodzących
z najwyższego punktu
pionowo ustawionego okręgu
trwa tyle samo czasu.

I tu dwa genialne pomysły.

Pierwszy to wektor.

Drugi to twierdzenie:

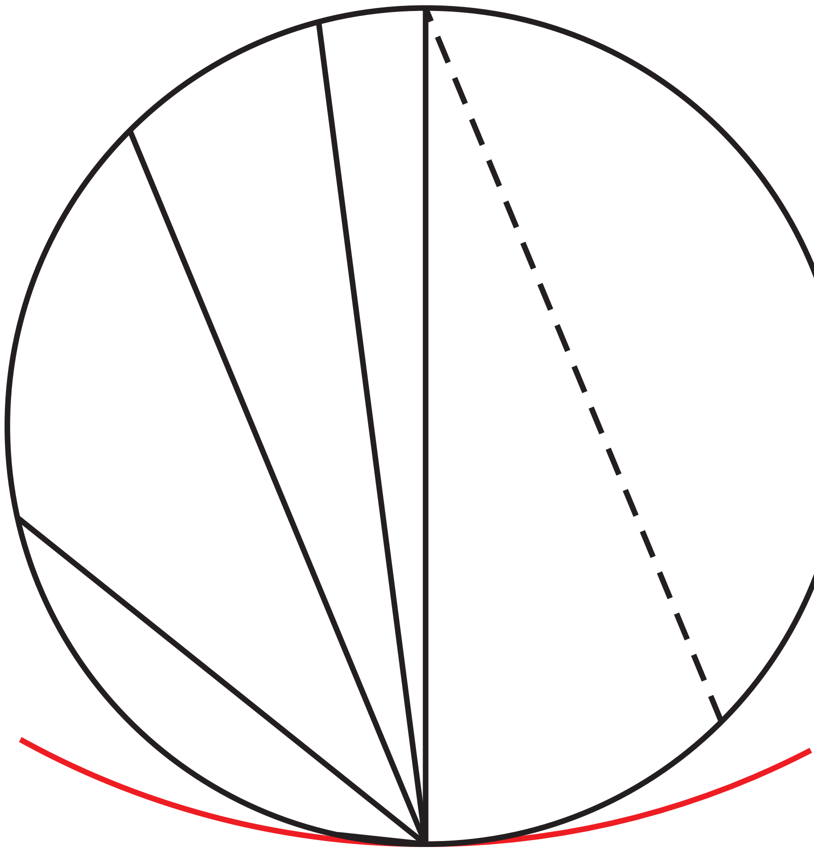
Spadek ciała
po każdej z cięciw
wychodzących
z najwyższego punktu
pionowo ustawionego okręgu
trwa tyle samo czasu.



I uderzający swą prostotą dowód:

$$\frac{a_1}{a} = \frac{OQ}{OP} = \frac{\frac{a_1 \cdot t_1^2}{2}}{\frac{a \cdot t^2}{2}} = \frac{a_1}{a} \cdot \frac{t_1^2}{t^2}, \quad \text{skąd} \ \ t_1^2 = t^2 \ \ \text{i} \ \ t_1 = t.$$

I zaplanowanie doświadczenia.



Nietrudno zauważyć, że
spadanie po cięciwach
kończących się
w najniższym punkcie okręgu
też będzie trwało
tyle samo czasu.
Weźmy więc cięciwę
bardzo, bardzo krótką
– ona doskonale przybliża
zarówno łuk “własnego” okręgu,
jak (jeszcze lepiej)
łuk okręgu o środku w jego najwyższym punkcie.
Stąd badania wahadła w bazylice, bo ich ruch był tak powolny,
że dawał się jakoś porównywać.

Tak więc Galileusz uzyskał potwierdzenie swojego opisu swobodnego spadku.

I, na dodatek, twierdzenie:

okres wahadła nie zależy od wychyleń, gdy są one małe, czyli o kąt, którego miara nie odbiega istotnie od wartości jego sinusa.

Tak więc Galileusz uzyskał potwierdzenie swojego opisu swobodnego spadku.

I, na dodatek, twierdzenie:

okres wahadła nie zależy od wychyleń, gdy są one małe, czyli o kąt, którego miara nie odbiega istotnie od wartości jego sinusa.

Ale najważniejsze było to, że postanowił uogólnić swój sposób opisu spadania na każdy ruch.

W tym celu wymyślił pojęcie **prędkość chwilowa**.

Tak więc Galileusz uzyskał potwierdzenie swojego opisu swobodnego spadku.

I, na dodatek, twierdzenie:

okres wahadła nie zależy od wychyleń, gdy są one małe, czyli o kąt, którego miara nie odbiega istotnie od wartości jego sinusa.

Ale najważniejsze było to, że postanowił uogólnić swój sposób opisu spadania na każdy ruch.

W tym celu wymyślił pojęcie **prędkość chwilowa**.

Jest to dokładnie to, czego szukali scholastycy: właśnie zmienność, czy jak my dziś mówimy **pochodna**.

Techniczne dopracowanie pojęcia pochodnej i całki –
odpowiednika scholastycznego pojęcia stanu –
zajęło matematykom 250 lat, choć już w 25 lat
po wprowadzeniu pojęcia prędkości chwilowej przez Galileusza
Izaak Barrow, nauczyciel Newtona, sformułował
– jeszcze w stylu scholastycznym –
twierdzenie dziś noszące nazwę
podstawowego twierdzenia analizy matematycznej:
zmienność stanu będącego wynikiem jakiejś zmienności
to właśnie ta zmienność,

Techniczne dopracowanie pojęcia pochodnej i całki –
odpowiednika scholastycznego pojęcia stanu
zajęło matematykom 250 lat, choć już w 25 lat
po wprowadzeniu pojęcia prędkości chwilowej przez Galileusza
Izaak Barrow, nauczyciel Newtona, sformułował
– jeszcze w stylu scholastycznym –
twierdzenie dziś noszące nazwę
podstawowego twierdzenia analizy matematycznej:
zmienność stanu będącego wynikiem jakiejś zmienności
to właśnie ta zmienność,
co dziś zapisujemy jako

$$\Big(\int_a^x f(t)dt\Big)' = f(x) \quad \text{lub} \quad \int_a^b f(t)dt = F(b) - F(a).$$