

## ZŁO\* — ćwiczenia 14

Wstęp do złożoności parametryzowanej

### Zadania

**Zadanie 1.** W problemie VERTEX COVER dany jest graf  $G$  i liczba  $k$ . Pytamy się o istnienie podzioru wierzchołków  $X$  wielkości co najwyżej  $k$  takiego, że każda krawędź w  $G$  ma co najmniej jeden koniec w  $X$ . Wykaż, że VERTEX COVER jest FPT.

**Zadanie 2.** Wykaż, że  $\text{FPT} \subsetneq \text{XP}$ .

**Zadanie 3.** W problemie MULTICOLORED CLIQUE dany jest graf  $G$  w którym wierzchołki zostały podzielone na  $k$  kolorów  $V_1, V_2, \dots, V_k$ . Pytamy się o istnienie kliki zawierającej po jednym wierzchołku w każdym z kolorów. Wykaż, że ten problem jest  $W[1]$ -zupełny przy parametryzacji liczbą kolorów  $k$ .

**Zadanie 4.** Pokaż FPT-redukcję z MULTICOLORED CLIQUE/ $k$  do DOMINATING SET/ $k$ , wykazując w ten sposób, że  $W[1] \subseteq W[2]$ .

**Zadanie 5.** W problemie SHORT TURING MACHINE ACCEPTANCE dana jest niedeterministyczna maszyna Turinga  $M$  oraz liczba  $k$ , która jest parametrem, i pytamy się, czy  $M$  może zaakceptować puste słowo w co najwyżej  $k$  krokach. Wykaż, że ten problem jest  $W[1]$ -zupełny.

**Zadanie 6.** W problemie PARTIAL VERTEX COVER dany jest graf  $G$  i dwie liczby:  $k$  i  $\ell$ . Pytamy się, czy w  $G$  można wybrać  $k$  wierzchołków tak, by co najmniej  $\ell$  krawędzi miało co najmniej jeden koniec wybrany. Wykaż, że problem PARTIAL VERTEX COVER/ $k$  jest  $W[1]$ -zupełny. Uwaga: parametryzujemy tylko  $k$ , przy parametryzacji przez  $k + \ell$  problem jest FPT.

**Zadanie 7.** Skonstruuj obwody o złożoności wątkowej odpowiednio 1 i 2 dla problemów INDEPENDENT SET/ $k$  i DOMINATING SET/ $k$ , pokazując w ten sposób, że te problemy są w klasach  $W[1]$  i  $W[2]$  (zdefiniowanych przez złożoność wątkową obwodów).

**Zadanie 8.** Wykaż, że rozstrzygalny problem parametryzowany ma jądro wtedy i tylko wtedy, gdy jest FPT.