

Wprowadzenie do matematyki I, semestr zimowy 2018 – 2. seria zadań domowych

Michał Kotowski

Zadania należy rozwiązać **pisemnie** i oddać na ćwiczeniach w poniedziałek **3 grudnia** lub wysłać mailem na adres michal.kotowski@mimuw.edu.pl **przed** rozpoczęciem ćwiczeń.

Zadanie 1. Załóżmy, że $A, B, C \subset \Omega$ są zdarzeniami takimi, że $A \cup B \cup C = \Omega$, $P(B) = 2P(A)$, $P(C) = 3P(A)$, $P(A \cap B) = P(A \cap C) = P(B \cap C)$. Wykazać, że $\frac{1}{6} \leq P(A) \leq \frac{1}{4}$.

Zadanie 2. Rzucamy dwa razy asymetryczną kostką sześcienną, na której szóstka wypada z prawdopodobieństwem $1/7$, jedynka z prawdopodobieństwem $1/5$, a pozostałe liczby mają równe szanse. Oblicz prawdopodobieństwo, że suma otrzymanej liczby oczek jest parzysta.

Zadanie 3. Kij długości 1 łamiemy na 3 części w następujący sposób

- Losujemy liczbę x jednostajnie z przedziału $(0, 1)$, a następnie łamiemy kij na dwa kawałki o długości x i $1 - x$
- Losujemy liczbę y jednostajnie z przedziału $(0, 1)$, a następnie rzucamy monetą. Jeśli wypadnie orzeł, to łamiemy pierwszy z otrzymanych poprzednio kawałków w stosunku y , w przeciwnym przypadku robimy to samo, ale z drugim kawałkiem.

Rozstrzygnąć, czy prawdopodobieństwo, że z otrzymanych kawałków można zbudować trójkąt, jest większe czy mniejsze niż $1/4$.