

Ćwiczenia nr 4  
Kognitywistyka: Wstęp do matematyki  
Elementy kombinatoryki, kombinacje z powtórzeniami, 29.10.2018

**Twierdzenie.** *Liczba rozwiązań równania*

$$x_1 + x_2 + \dots + x_k = n$$

*w liczbach całkowitych nieujemnych  $x_1, x_2, \dots, x_k$  wynosi  $\binom{n+k-1}{n}$ .*

- Zadanie 1. W lodziarni jest 7 gatunków lodów. Ile różnych deserów może z tego sporządzić ekspe-dientka, jeśli w pucharku mieści się nie więcej niż 5 kulek lodów, a pusty pucharek nie jest deserem?
- Zadanie 2. Przykładem kombinacji 5-elementowej zbioru 3-elementowego  $\{a, b, c\}$  jest  $[a, b, b, b, c]$ . (Kolejność występujących elementów nie jest tutaj istotna, ale istotne jest ile razy dany element się powtarza.) Proszę wypisać w ten sposób wszystkie kombinacje 5-elementowe z powtórzeniami zbioru  $\{2, 4, 8\}$ .
- Zadanie 3. Ile jest rozwiązań równania  $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 20$  w liczbach całkowitych  $x_1, x_2, x_3, x_4$  takich, że  $x_i \geq i$  dla  $i = 1, 2, 3, 4$ .
- Zadanie 4. Na ile różnych sposobów można rozdać 6 jednakowych baloników, 7 jednakowych samo-chodzików i 4 różne książki trójce dzieci tak, by każde z dzieci otrzymało przynajmniej jeden balonik, przynajmniej jeden samochodzik i co najmniej jedną książkę.
- Zadanie 5. Ile jest najkrótszych dróg po liniach kratkowanego papieru od punktu  $(0, 0)$  do punktu  $(m, n)$ ?