

Rachunek prawdopodobieństwa II
semestr zimowy 2023/2024
zadania domowe, seria 3.

Michał Kotowski

Zadania należy rozwiązać pisemnie i oddać na ćwiczeniach w czwartek **30 XI 2023** (lub wysłać mailem przed rozpoczęciem ćwiczeń).

Zadanie 1. Załóżmy, że zmienne X_1, X_2, \dots są niezależne, przy czym X_k ma rozkład jednostajny na przedziale $[-3\sqrt{k}, 3\sqrt{k}]$. Zbadać zbieżność według rozkładu ciągów

$$Y_n = \frac{X_1 + \dots + X_n}{n},$$
$$Z_n = \min\{2X_1, Y_n\}.$$

W przypadku kiedy dany ciąg jest zbieżny, należy wyznaczyć rozkład graniczny.

Zadanie 2. Niech $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \dots$ będą niezależnymi zmiennymi Rademachera, $\mathbb{P}(\varepsilon_i = \pm 1) = \frac{1}{2}$. Definiujemy $X_n = \sqrt{15} \cdot 4^{-n} \varepsilon_n$. Rozstrzygnąć, czy ciąg $S_n = X_1 + \dots + X_n$ jest zbieżny według rozkładu do $\mathcal{N}(0, 1)$.

Zadanie 3. Załóżmy, że zmienne X_n są niezależne i mają rozkład Poissona z parametrem 2. Zbadać zbieżność według rozkładu ciągu

$$\frac{(X_1 + \dots + X_n)^2 - 4n^2}{n^{3/2}}.$$

W przypadku kiedy ciąg jest zbieżny, należy wyznaczyć rozkład graniczny.