

Rachunek prawdopodobieństwa I

semestr letni 2018/2019

zadania na ćwiczenia, tydzień 1

Michał Kotowski

Zadanie 1. Klasa liczy 15 uczniów, na każdej lekcji do odpowiedzi ilosowany jest jeden uczeń. Oblicz prawdopodobieństwo tego, że w ciągu 16 lekcji każdy uczeń zostanie co najmniej raz przepytany.

Zadanie 2. Grupę n dzieci o różnych imionach ustawiamy losowo w szereg. Oblicz prawdopodobieństwo, że:

- (a) Jaś i Małgosia stoją obok siebie
- (b) Jaś, Małgosia i Piotrek stoją obok siebie

Zadanie 3. Z klasy liczącej n chłopców i m dziewczynek wybieramy 4-osobową delegację. Oblicz prawdopodobieństwo, że w skład delegacji wchodzi więcej chłopców niż dziewczynek.

Zadanie 4. 10 jednakowych ciastek rozdzielamy losowo między czwórkę dzieci. Oblicz prawdopodobieństwo, że:

- (a) Jaś otrzymał dokładnie jedno ciastko
- (b) Jaś otrzymał co najmniej jedno ciastko

Zadanie 5. W szafie znajduje się n różnych par butów, losowo wybieramy spośród nich k butów, przy czym $k \leq n$. Oblicz prawdopodobieństwo, że wśród wylosowanych butów jest co najmniej jedna para.

Zadanie 6. Mamy n listów i n kopert, każda z innym adresem. Umieszczamy listy losowo w kopertach. Oblicz prawdopodobieństwo, że żadne list nie trafi do właściwego adresata.

Zadanie 7. Dwie osoby umawiają się na spotkanie między 12:00 a 13:00 i przychodzą o losowej godzinie w tym przedziale. Osoba, która przyjdzie jako pierwsza, czeka na drugą 10 minut. Jakie jest prawdopodobieństwo, że dojdzie do spotkania?

Zadanie 8. Z przedziału $[0, 1]$ wybieramy losowo dwa punkty, które dzielą odcinek na trzy części. Jakie jest prawdopodobieństwo, że da się z nich złożyć trójkąt?

Zadanie 9. Dzielimy odcinek $[0, 1]$ na trzy części w następujący sposób: najpierw wybieramy losowo punkt x na odcinku, otrzymując dwa krótsze odcinki. Następnie wybieramy jednostajnie losowo liczbę $y \in [0, 1]$, po czym rzucamy symetryczną monetą. Jeśli wypadnie orzeł, to dzielimy lewy z odcinków w proporcji wyznaczonej przez y , jeśli reszka, to prawy. Jakie jest prawdopodobieństwo, że z otrzymanych trzech części da się złożyć trójkąt?

Zadanie 10. Z odcinka $[0, 1]$ losujemy z rozkładem jednostajnym niezależnie n punktów x_1, \dots, x_n . Oblicz prawdopodobieństwo, że $x_1 < x_2 < \dots < x_n$.

Zadanie 11. Rozpatrzmy wielomian $x^2 + Bx + C$, gdzie B, C są wybrane losowo z rozkładu jednostajnego na przedziale $[-1, 1]$. Oblicz prawdopodobieństwo, że wielomian ma oba pierwiastki rzeczywiste.

Zadanie 12. W kole o promieniu 1 wybieramy w dowolny sposób 1025 punktów. Udowodnić, że istnieją wśród nich dwa punkty, których wzajemna odległość jest nie większa niż $2/31$.