

Funkcje analityczne  
semestr zimowy 2019/2020  
zadania na ćwiczenia, tydzień 2.

Michał Kotowski

**Zadanie 1.** Zbadać różniczkowalność w sensie zespolonym funkcji:

(a)  $f(z) = \bar{z}$ ,

(b)  $f(z) = z\Re z$ ,

(c)  $f(z) = |z|^2$ .

**Zadanie 2.** Załóżmy, że  $f = u + iv$  jest funkcją holomorficzną na pewnym obszarze  $U \subseteq \mathbb{C}$ . Udowodnić, że jeżeli  $u^2 = v$ , to  $f$  jest stała na  $U$ .

**Zadanie 3.** Rozpatrzmy funkcję  $f : \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$  określoną wzorem  $f(0) = 0$  i  $f(z) = |z|^{-2}(1 + i)\Im z^2$  dla  $z \neq 0$ . Udowodnić, że pochodne  $f$  spełniają równania Cauchy'ego-Riemanna w  $z = 0$ . Czy  $f$  jest różniczkowalna w  $z = 0$ ?