Analiza matematyczna II.1

semestr zimowy 2019/2020

zadania domowe, seria 4.

Michał Kotowski

Zadania należy rozwiązać i być gotowym do zreferowania rozwiązań na ćwiczeniach we wtorek **26 XI 2019.**

Zadanie 1. Wyznaczyć kresy funkcji

$$f(x,y) = \sin(x)\sin(y)\sin(x+y)$$

dla $x, y \in [0, \pi]$.

Zadanie 2. Znaleźć kres górny funkcji

$$f(x,y) = x(y-x-1)e^{-y}$$

na zbiorze $A = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : 0 \leqslant x \leqslant y\}$ i rozstrzygnąć, czy jest on osiągany.

Zadanie 3. Załóżmy, że $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ jest funkcją różniczkowalną, która spełnia następującą własność: dla dowolnych ustalonych $a, b \in \mathbb{R}$ zachodzi

$$\lim_{x \to \pm\infty} f(x,a) = 0, \quad \lim_{y \to \pm\infty} f(b,y) = 0.$$

Rozstrzygnąć, czy f musi być ograniczona.

Zadanie 4. Wyznaczyć ekstrema globalne funkcji:

(a) $f(x_1, \ldots, x_n) = x_1^4 + \ldots + x_n^4 - 4(x_1 + \ldots + x_n)$, gdzie $(x_1, \ldots, x_n) \in \mathbb{R}^n$,

(b) $f(x_1, \ldots, x_n) = \frac{1}{x_1} + \ldots + \frac{1}{x_n} + \frac{1}{1-(x_1+\ldots+x_n)}$, gdzie $x_1 > 0, \ldots, x_n > 0$, $x_1 + \ldots + x_n < 1$.

Zadanie 5. Załóżmy, że $f \in C^2(\mathbb{R}^2)$ spełnia

$$\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{f(x,y) - \mathrm{tg} x \sin y}{x^2+y^2} = 0.$$

Obliczyć $\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}(0,0)$.