# Analiza matematyczna II.1

semestr zimowy 2019/2020

# zadania domowe, seria dodatkowa

Michał Kotowski

Zadania należy rozwiązać pisemnie i wysłać mailem do piątku **31 I 2020 włącznie.**

**Zadanie 1.** Obliczyć maksymalną możliwą objętość prostopadłościanu zawartego w elipsoidzie o zadanych półosiach $a, b, c > 0$.

**Zadanie 2.** Załóżmy, że $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ jest funkcją klasy $C^1$ spełniającą warunki:

$$\frac{\partial f}{\partial x} = \frac{\partial f}{\partial y}$$

oraz $f(0,0) = 0$. Wykazać, że istnieje taka funkcja ciągła $g : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$, że $f(x,y) = g(x,y)(x+y)$ dla każdego $(x,y) \in \mathbb{R}^2$.

**Zadanie 3.** Znaleźć wszystkie punkty, w których styczna do krzywej $K = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 + 2x - 2y = 2\}$ jest równoległa a) do prostej $x = 0$, b) do prostej $y = 0$.

**Zadanie 4.** Wykazać, że funkcja $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ dana wzorem

$$f(x,y) = \begin{cases} (y - e^{-1/x^2})(y - 3e^{-1/x^2}), & x \neq 0, \\ y^2, & x = 0 \end{cases}$$

nie ma ekstremum lokalnego w punkcie $(0,0)$, ale ma w tym punkcie ścisłe minimum po obcięciu do dowolnej krzywej o równaniu $y = cx^m$, gdzie $c \in \mathbb{R}$, a $m \in \mathbb{N}$.