Analiza matematyczna II.1

semestr zimowy 2019/2020

zadania na ćwiczenia, 18 X 2019

Michał Kotowski

Zadanie 1. Określamy funkcję $F : \mathbb{R} \times \mathbb{R}_+ \to \mathbb{R}$ wzorem $F(x,y) = y^x$. Naszkicuj poziomice funkcji F i zbadaj istnienie granic $\lim\limits_{(x,y)\to(a,0)} F(x,y)$ w zależności od $a \in \mathbb{R}$.

Zadanie 2. Oblicz pochodne cząstkowe funkcji

$$f(x,y,z) = \begin{cases} \exp\left(-\frac{1}{x^2+y^2+z^2}\right), & (x,y,z) \neq (0,0,0), \\ 0, & (x,y,z) = (0,0,0). \end{cases}$$

Zadanie 3. Oblicz pochodną kierunkową funkcji $f(x,y,z) = x^3 + 3x^2y + z^2$ w punkcie $(1,2,3)$ w kierunku wektora $v = [2,1,1]$.

Zadanie 4. Rozpatrzmy funkcję $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ daną wzorem $f(x,y) = \sqrt[3]{x^3+y^3}$. Wykazać, że dla dowolnego wektora $v \in \mathbb{R}^2$ istnieje pochodna kierunkowa $f'_v(0,0)$, ale funkcja $v \mapsto f'_v(0,0)$ nie jest liniowa. Wywnioskować, że funkcja f nie jest różniczkowalna w $(0,0)$.