

Analiza matematyczna II.1
semestr zimowy 2019/2020
zadania na ćwiczenia, 17 XII 2019

Michał Kotowski

Zadanie 1. Niech $M = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^3 + y^3 + z^4 + xyz = 4\}$. Wykazać, że M jest rozmaitością dwuwymiarową klasy C^1 . Wyznaczyć przestrzeń styczną do M w punkcie $(\sqrt[3]{3}, 0, -1)$.

Zadanie 2. Wykazać, że $M = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x + y + z = 4, x^2 + y^2 + z^2 = 6\}$ jest rozmaitością dwuwymiarową. Wyznaczyć przestrzeń styczną do M w punkcie $(2, 1, 1)$.

Zadanie 3. Niech $C = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : |y| = x^3, x \geq 0\}$. Rozstrzygnąć, czy C jest rozmaitością różniczkową i czy jest nią $C \setminus \{(0, 0)\}$.

Zadanie 4. Niech M będzie zbiorem macierzy kwadratowych $n \times n$ takich, że dla $A \in M$ mamy $\det A = 1$. Wykazać, że zbiór M traktowany jako podzbiór \mathbb{R}^{n^2} jest rozmaitością wymiaru $n^2 - 1$.