# Analiza matematyczna II.1

semestr zimowy 2019/2020

# zadania na ćwiczenia, 10 XII 2019

Michał Kotowski

**Zadanie 1.** Dla każdego z poniższych przekształceń $f : D \to \mathbb{R}^2$ wyznaczyć obraz $f(D)$ oraz rozstrzygnąć, czy $f$ jest dyfeomorfizmem na swój obraz:

(a) $D = R^2$, $f(x, y) = (x^2 - x - 2, 3y)$,

(b) $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 0 < y < x\}$, $f(x, y) = \left(\ln xy, \frac{1}{x^2+y^2}\right)$.

**Zadanie 2.** Rozpatrzmy równanie

$$x \ln w + w \ln y = 0.$$

Wykazać, że w otoczeniu punktu $(1, 1, 1)$ istnieje funkcja $w = w(x, y)$ klasy $C^1$, która spełnia to równanie tożsamościowo, i wyznaczyć rozwinięcie Taylora funkcji $w$ do drugiego rzędu.

**Zadanie 3.** Niech $A = \{(x_1, \ldots, x_n) \in \mathbb{R}^n : x_1 > 0, \ldots, x_n > 0\}$. Rozpatrzmy funkcję $f : A \to \mathbb{R}^n$ daną wzorem

$$f(x_1, \ldots, x_n) = \left(\frac{x_1^2}{x_2}, \frac{x_2^2}{x_3}, \ldots, \frac{x_n^2}{x_1}\right).$$

Wykazać, że $f(A) = A$ oraz ze $f$ jest dyfeomorfizmem.