

Analiza matematyczna II.1
semestr zimowy 2019/2020
zadania na ćwiczenia, 6 XII 2019

Michał Kotowski

Zadanie 1. Skonstruować dyfeomorfizmy pomiędzy:

(a) \mathbb{R}^2 a otwartym dyskiem jednostkowym

(b) kwadratem $(0, 1)^2$ i \mathbb{R}^2

(c) $\mathbb{R}^2 \setminus \{0\}$ oraz $\mathbb{R}^2 \setminus D$, gdzie D jest dyskiem domkniętym o środku w 0 i promieniu 1

Zadanie 2. Wykaż, że równanie $z^3 - xyz + y^2 = 16$ wyznacza w otoczeniu punktu $(1, 4, 2)$ dokładnie jedną funkcję $z = z(x, y)$, dla której równanie to jest tożsamościowo spełnione. Znaleźć w punkcie $(1, 4)$ pochodne $\frac{\partial z}{\partial x}$ i $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}$.

Zadanie 3. Rozpatrzmy równanie $ye^x + xe^y = 2$. Pokazać, że na pewnym otoczeniu 0 istnieje funkcja $y = y(x)$ klasy C^1 , która to równanie rozwiązuje. Czy f jest 2-krotnie różniczkowalna? Jeśli tak, obliczyć $y''(0)$.