

Seria pierwsza - równania nieliniowe - 26-10-2010

Proszę rozwiązać w formie pisemnej każde zadanie na oddzielnej kartce na **12 marca 2010** - sprawdzone i ocenione mogą być tylko niektóre (jedno lub dwa).

Zadanie 1 Dla równania $f(x) = 5 - \exp(x) = 0$. Pokaż że

- Istnieje dokładnie jedno rozwiązanie x^* tego równania.
- udowodnij, że dla dowolnego $x_0 \in \mathbb{R}$ metoda Newtona zbieganie do x^* .
- Zaproponuj implementację jednego kroku metody Newtona o możliwie niskim koszcie dla tej metody (w pseudokodzie czy C lub octave).

Zadanie 2 Pokaż, że równanie $x^* - 0.5 * \sin(x^*) = 10$ ma dokładnie jedno rozwiązanie i że następująca metoda iteracyjna $x_n = 0.5 * \sin(x_{n-1}) + 10$ zbieganie dla dowolnego $x_0 \in \mathbb{R}$ do rozwiązania tego równania. Oszacuj możliwie dobrze błąd $|x_5 - x^*|$ dla $x_0 = 10$.

Zadanie 3 Do rozwiązania przybliżonego równań $f(x) = \sin(x - 2)$ i $g(x) = (x - 2)^4$ których rozwiązaniem jest $x^* = 2$ zastosowano metodę Newtona. Czy w obu przypadkach metoda będzie zbieżna lokalnie (dla x_0 przybliżenia startowego dostatecznie bliskiego x^*). Jeśli tak to określ wykładnik zbieżności w obu przypadkach.

Można powoływać się na wyniki z wykładu czy z ćwiczeń o ile zostały na tych ćwiczeniach udowodnione i wtedy należy te wyniki z ćwiczeń precyzyjnie sformułować!