

Zadania z RP2. Seria 2. Gęstość warunkowa.

**Zad 1.** Niech  $Y$  będzie zmienną o rozkładzie  $\mathcal{U}[0, 1]$  - jednostajnym na odcinku  $[0, 1]$ . Jeśli  $Y = x$ , to rzucamy  $n$  razy monetą, której szansa wypadnięcia orła wynosi  $x$ . Niech  $S_n$  oznacza liczbę wyrzuconych orłów. Znajdź prawdopodobieństwo  $\mathbf{P}(S_n = k)$ ,  $k = 0, 1, 2, \dots, n$ .

**Zad 2.** Niech zmienna  $(X, Y)$  ma rozkład o gęstości  $f(x, y) = 8xy1_{\{x>0, y>0, x^2+y^2<1\}}(x, y)$ . Znajdź  $\mathbf{E}(Y|X = \frac{1}{2})$ .

**Zad 3.** Niech  $X, Y$  będą niezależnymi zmiennymi losowymi o rozkładzie jednostajnym na  $\mathcal{U}[0, 1]$ . Niech ponadto  $U = \min(X, Y)$ ,  $V = \max(X, Y)$ . Znaleźć: a)  $\mathbf{E}(U|V)$ , b)  $\mathbf{E}(V|U)$ , c)  $\mathbf{E}(\sin(UV)|U)$ .

**Zad 4.** Przypuśćmy, że gra polega na rzucie monetą. Kapitał początkowy wynosi 1. Jeśli na monecie wypadnie 1 to nasz kapitał podwaja się, jeśli zero - tracimy wszystko. Jaka jest optymalna strategia w tej grze? (Strategią nazywamy moment wyjścia z gry  $\tau \in \mathbb{N}$ , decyzję podejmujemy w oparciu o dotychczasowe wyniki gry, to znaczy nie znamy przyszłości).