

Zadania z EK2. Seria 9. **Prognozy**

Zad. 1 W wyniku estymacji parametrów modelu ekonometrycznego postaci

$$y_t = \alpha_0 + \alpha_1 x_{1,t} + \alpha_2 x_{2,t} + \varepsilon_t.$$

otrzymano następujące wyniki cząstkowe:

$$(X^T X)^{-1} = \begin{Bmatrix} 5 & \cdot & \cdot \\ 4 & 3 & 3 \\ 2 & \cdot & 3 \end{Bmatrix}, \quad \sum y_t = 12, \quad \sum x_{1,t} y_t = 8, \quad \sum x_{2,t} y_t = 4,$$

gdzie $\hat{\sigma}^2 = 0,0001$. Wiedząc, że liczba stopni swobody wynosiła 8, a zmienne objaśniające przyjmą w prognozowanym okresie odpowiednio wartości 36 i 18:

- oszacuj parametry strukturalne modelu,
- dokonaj prognozy zmiennej objaśnianej
- wyznacz błąd *ex ante*

Zad 2. Wyznacz prognozę zmiennej objaśnianej na rok 2003, jeżeli w wyniku estymacji parametrów modelu (próba roczna 1991 – 2002): $y_t = \alpha_0 + \alpha_1 X_t + \varepsilon_t$ otrzymano następujące rezultaty cząstkowe:

$$X^T y = \begin{Bmatrix} 40 \\ 66 \end{Bmatrix}, \quad X^T X = \begin{Bmatrix} 12 & 20 \\ 20 & 34 \end{Bmatrix}, \quad \hat{\sigma}^2 = \frac{8}{14}.$$

Należy jednocześnie oczekiwać, że zmienna objaśniająca przyjmie w roku 2003 wartość 1. Wyznacz oczekiwany błąd *ex ante* tej prognozy. Czy można zaakceptować taką prognozę?

Zad 3. Na podstawie 30 obserwacji dokonano estymacji KMNK parametrów następującego modelu ekonometrycznego:

$$Y_t = \alpha_0 + \alpha_1 X_{1,t} + \alpha_2 X_{2,t} + \varepsilon_t.$$

- Znajdź $\hat{\alpha}_1$ i $\hat{\alpha}_2$, wiedząc, że

$$\hat{\alpha}_0 = 10, \quad \hat{Y}_{20} = 51, \quad \hat{Y}_{24} = 63, \quad X_{1,20} = 10, \quad X_{2,20} = 7, \quad X_{1,24} = 13, \quad X_{2,24} = 9.$$

- Wyznacz prognozę zmiennej Y na okres $t = 31$ wiedząc, że $X_{1,31}$,

Zad. 4 Na podstawie danych kwartalnych za okres 1988.1 – 2002.4 oszacowane parametry strukturalne pewnego modelu otrzymując:

$$\begin{aligned} \hat{P}_t &= 13 + 1,3K_t + 2,1R_t \\ \hat{K}_t &= 7 + 0,3Y_{t-1} + 0,5X_t \\ \hat{Y}_t &= 20 + 0,6t + 4Z1_t - 6,3Z2_t + 1,3Z3_t, \end{aligned}$$

gdzie $t = 1, 2, \dots$ zmienna czasowa, $Z1, Z2, Z3$ zmienne 0 – 1 przyjmujące wartość 1 dla odp. kwartału i 0 dla pozostałych okresów. Wyznacz prognozę dla zmiennych Y, K, P na pierwszy kwartał 2003 roku, wiedząc, że $X = 20, R = 30$.

Zad 5. Dokonaj prognozy wartości zmiennych endogenicznych w 200 roku, jeżeli na podstawie próby 1987 – 1997 otrzymano:

$$\begin{aligned}\hat{y}_{1,t} &= -2 + \frac{1}{3}x_{t-2} + \frac{1}{6}y_{3,t} \\ \hat{y}_{2,t} &= 0,35 + 0,25y_{1,t} + \frac{2}{3}y_{3,t} \\ \hat{y}_{3,t} &= 2 + \frac{20}{19}x_{t-1} + 0,5y_{3,t-1}\end{aligned}$$

Wiadomo, że w roku 1999 wartości zmiennych endogenicznych y_1, y_2, y_3 były równe odpowiednio: 12, 6, 17, 8. Z kolei, kształtowanie się zmiennej egzogenicznej x_1 w latach 1987 – 1997 można opisać funkcją trendu postaci $x_t = 3 + 0,5t$, $t = -5, \dots, 5$.