

Zadania z EK2. Seria 5. **Heteroskedastyczność**

Zad. 1 Oszacowano następujące parametry modelu

$$C_i = \beta_1 + \beta_2 GNP_i + \beta_3 D_i + \varepsilon_i \text{ i uzyskano}$$

$$\hat{C}_i = 26,19 + 0,6428 GNP_i - 0,4398 D_i, \quad R^2 = 0,999$$

$$\hat{\sigma}_{b_0} = 2,73, \quad \hat{\sigma}_{b_1} = 0,006, \quad \hat{\sigma}_{b_2} = 0,0736.$$

Celem badania było określenie wpływu wydatków na zbrojenia na wielkość konsumpcji indywidualnej. Zakładając, iż $\sigma_i^2 = \sigma^2(GNP_i)^2$, przekształcono model wyjściowy i na podstawie danych za lata 1946-1975 estymowano parametry następującego równania:

$$\frac{C_i}{GNP_i} = \beta_1 \frac{1}{GNP_i} + \beta_2 + \beta_3 \frac{D_i}{GNP_i} + u_i,$$

gdzie $u_i = \frac{\varepsilon_i}{GNP_i}$. Otrzymano

$$\frac{C_i}{\hat{GNP}_i} = 25,92 \frac{1}{GNP_i} + 6246,0 - 0,4315 \frac{D_i}{GNP_i}, \quad R^2 = 0,875$$

$$\hat{\sigma}_0 = 2,22, \quad \hat{\sigma}_1 = 0,0068, \quad \hat{\sigma}_2 = 0,0597$$

- Porównaj wyniki estymacji modelu parametrów obydwu wariantów modelu. Czy przekształcenie modelu wyjściowego zmniejszyło oszacowania błędów standardowych estymatorów?
- Czy można porównać współczynniki determinacji w obydwu modelach?

Zad 2. Rozważ następujący model konsumpcji

$$C_i = \alpha_0 + \alpha_1 Y_i + \alpha_2 A_i + \varepsilon_i, \text{ przy czym } \mathbf{D}^2(\varepsilon_i) = \sigma_\varepsilon^2 Y_i^2$$

- Przekształć powyższy model do postaci w której składnik losowy jest homoskedastyczny.
- Udowodnij, że wariancja składnika losowego w przekształconym modelu jest równa σ_ε^2 a zatem jest on homoskedastyczny.

Zad. 3 Dokonano estymacji KMNK parametrów funkcji uzależniającej wielkość importu maszyn i urządzeń (M) od nakładów inwestycyjnych na maszyny i urządzenia (J): $M_i = \alpha_0 + \alpha_1 J_i + \varepsilon_i$, gdzie ε oznacza składnik losowy, na podstawie następujących danych:

<i>t</i>	<i>M</i>	<i>J</i>	<i>t</i>	<i>M</i>	<i>J</i>
1970	17	37	1980	23	124
1971	20	39	1981	27	132
1972	19	44	1982	25	149
1973	20	46	1983	30	158
1974	19	49	1984	32	174
1975	20	56	1985	28	182
1976	21	66	1986	31	193
1977	22	81	1987	29	189
1978	24	93	1988	33	190
1979	24	110	1989	27	189

Zbadaj własności estymatorów parametrów modelu, jeśli estymacje oparto na pełnej próbie przy założeniu, że w latach 1977-1989 występowały trudności w finansowaniu inwestycji.

Zad 4. Badano, czy w dwóch różnych zbiorowościach wariancje składnika losowego są podobne. Otrzymano oszacowania estymatorów wariancji reszt empirycznych, po czym stwierdzono, że ich iloraz wynosi 0,11. Wartość krytyczna testu F , którą odczytano z tablic dla odpowiednich liczebności oraz liczby stopni swobody, wynosiła 5,8. Jaką decyzję należy podjąć na podstawie tego testu?

Zad 5. Dokonano estymacji parametrów identycznie skonstruowanych modeli zawierających cztery zmienne objaśniające, opierając się na 34-elementowych skrajnych podpróbach szeregów czasowych liczących po 150 obserwacji. Zmienna objaśniana charakteryzowała się systematycznym wzrostem. Zbadaj własności estymatorów, których wartości zostały otrzymane na podstawie pełnej próby wiedząc, że: $\hat{\sigma}_1^2 = 37,7$, $\hat{\sigma}_2^2 = 107,3$.

Zad 6. Załóżmy, że badacz ma dokonać estymacji parametrów strukturalnych modelu: $Y_i = \alpha_0 + \alpha_1 X_i + \varepsilon_i$. Ze względu na operowanie danymi przekrojowymi istnieje uzasadnione podejrzenie o występowaniu niejednorodności wariancji składnika losowego ε_i . Opisz jak powinna wyglądać procedura testowania hipotez przy założeniu, że należy skorzystać z testu Goldfelda-Quandt. Dane wykorzystane w badaniu zawiera tabela:

i	Y	X	i	Y	X
1	0,426	0,550	9	0,624	0,663
2	0,363	0,404	10	0,672	0,752
3	0,622	0,691	11	0,777	0,800
4	0,100	0,277	12	0,244	0,359
5	0,111	0,283	13	0,300	0,397
6	0,806	0,847	14	0,605	0,604
7	0,666	0,763	15	0,727	0,794
8	0,882	0,946	16	0,427	0,544

Zad 7. Na podstawie danych przekrojowych dokonano estymacji parametrów modelu $y_i = \alpha + \alpha_1 x_i + \varepsilon_i$. Ponadto dokonano podziału próby na 3 podpróby i oszacowano na ich podstawie parametry modelu wyspecyfikowanego tak samo jak model wyjściowy. Uzyskano następujące reszty empiryczne

Podpróba 1	Podpróba 2	Podpróba 3
2,8	-2,3	0,0
-1,0	-1,6	-1,2
-3,5	0,9	-0,1
-0,3	-2,6	0,7
0,6	0,3	0,6
2,8	-0,2	-1,1
-1,7	-1,9	1,7
0,8	3,6	0,3
-0,6	-0,6	-1,0
0,1	4,4	0,1

Co można powiedzieć o estymatorach parametrów strukturalnych modelu wyjściowego?