

Zadania z EK2. Seria 4. **Autokorelacja składnika losowego**

**Zad. 1** Zastosowanie KMNK przyniosło następujące rezultaty  $\hat{y}_i = 12,3 + 17,5x_{1,i} + x_{2,i}$

$t$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
$e_i$	-3	5	1	-3	0	2	0	-2	-1	3	5	-1	-6	3	-3	0	1	-1

gdzie  $e_i$  oznacza reszty. Czy można uznać, że przyjęto właściwą postać funkcyjną, zakładając iż zarówno dobór zmiennych objaśniających, jak i struktura dynamiczna modelu są poprawne? Czy estymator był nieobciążony i najbardziej efektywny?

**Zad. 2** Estymując parametry modelu ekonometrycznego na próbie 1980 – 1996, otrzymanego

$$\ln \hat{d}_i = 3 - 0,6 \ln p_i + 0,3 \ln y_i, \quad D-W = 1,35,$$

gdzie  $d$ -popyt na pewne dobro,  $p$ -cena tego dobra,  $y$ -dochody. Krytycy wysunęli przypuszczenie, że elastyczność popytu na zmiany dochodów została niedoszacowana w wyniku pominięcia ważnej zmiennej objaśniającej - ceny bliskiego substytutu. Zakładając, że przejawem tego może być autokorelacja składnika losowego, oceń model mając do dyspozycji następujące informacje

$$\hat{\varepsilon}_i = 0,18 - 0,006p_i + 0,12y_i + 0,08\hat{\varepsilon}_{i-1}, \quad R^2 = 0,35.$$

**Zad. 3** Model tendencji rozwojowej, którego parametry oszacowano MNK ma postać  $\hat{y}_i = 18 + 2i$ ,  $i = 1, 2, \dots, 15$ . Należy sprawdzić, za pomocą testu Durбина-Watsona, czy w modelu występuje autokorelacja składnika losowego wiedząc, że  $\sum_{i=2}^{15} e_{i-1} = 2$ . Informacje pomocnicze:

1. wszystkie elementy wektora  $v = [e_i e_{i-1}]$  są dodatnie jedynie dla  $t = 5$  oraz  $t = 12$  są mniejsze od zera
2. wektor kwadratów reszt jest następujący

$$e^2 = [4, 4, 4, 1, 1, 1, 4, 4, 16, 4, 4, 1, 1, 4, 4, 4]^T.$$

**Zad. 4** Za pomocą KMNK oszacowano parametry modelu i otrzymano  $\hat{y}_i = 18 + 2x_i$ . Jednocześnie wiadomo, że kwadraty reszt ułożyły się w następujący ciąg:

$$e^2 = [4, 4, 4, 1, 1, 1, 4, 4, 16, 4, 4, 1, 1, 4, 4, 4]^T$$

natomiast  $\sum_{i=3}^{15} e_{i-1} = 4$ . Reszty ułożyły się w 3 serie o długościach odpowiednio 4, 7 oraz 4 obserwacje. Stosując test D-W zweryfikuj hipotezę o sferyczności składnika losowego.

**Zad. 5** Na podstawie próby liczącej 30 obserwacji dokonano estymacji KMNK parametrów modelu  $y_i = \alpha_0 + \alpha_1 x_i + \alpha_2 y_{i-1} + \alpha_3 x_{i-1} + \varepsilon_i$  i otrzymano

$$\hat{\alpha}_0 = 7,46, \quad \hat{\alpha}_1 = 0,79, \quad \hat{\alpha}_2 = -0,45, \quad \hat{\alpha}_3 = 0,32.$$

Ponadto  $\hat{\sigma}_{\hat{\alpha}_1} = 0,05$ ,  $\hat{\sigma}_{\hat{\alpha}_2} = 0,18$ ,  $\hat{\sigma}_{\hat{\alpha}_3} = 0,07$ ,  $R^2 = 0,97$ ,  $D - W = 2,3$ . Dokonaj weryfikacji hipotezy o występowaniu autokorelacji składnika losowego

**Zad. 6** Do estymacji parametrów modelu opisującego zależność plonów pszenicy (w kwintalach z hektara) od zużycia nawozów mineralnych (w kilogramach) użyto KMNK i otrzymano

$$\hat{y}_i = 15,767 + 0,076x_i, \quad R^2 = 0,869, \quad \hat{\sigma}_{\hat{\alpha}_0} = 0,782, \quad \hat{\sigma}_{\hat{\alpha}_1} = 0,006, \quad \sum_{i=2}^N (e_i - e_{i-1})^2 = 116,966$$

oraz  $\sum_{i=1}^N e_i^2 = 44,850$ ,  $N = 40$ . Oceń wyniki badania.

**Zad. 7** Oszacuj parametry modelu  $y_i = \alpha_0 + \alpha_1 y_{i-1} + \varepsilon_i$  jeżeli

$$\sum_{i=2}^{21} y_{i-1} y_i = 100, \quad 108, \quad \sum_{i=1}^{20} y_i^2 = 20, \quad \det(X^T X) = 544, \quad \sum_{i=3}^{21} (e_i - e_{i-1})^2 = 5$$

oraz  $\hat{\sigma} = 0,5$ ,  $D - W = 0,5$ . Oceń czy w modelu występuje autokorelacja składnika losowego.