

## Seria 2. Kombinatoryka

### 1. Jak to policzyć?

1. **Wariacja z powtórzeniami**  $A_n^m$ . Dowolne funkcje ze zbioru  $\{1, 2, \dots, m\}$  w zbiór  $\{1, \dots, n\}$ ,  $A_n^m = n^m$ .
2. **Wariacja bez powtórzeń**  $V_n^m$ . Funkcje różnowartościowe ze zbioru  $\{1, \dots, m\}$  w zbiór  $\{1, 2, \dots, n\}$ ,  $m \leq n$ ,  $V_n^m = n(n-1)\dots(n-m+1) = \frac{n!}{(n-m)!}$ .
3. **Permutacja**  $P_n$ . Funkcje ze zbioru  $\{1, \dots, n\}$  na zbiór  $\{1, \dots, n\}$ ,  $P_n = n!$ .
4. **Kombinacja**  $C_n^m$ . Podzbiory  $m$  elementowe w zbiorze  $n$  elementowym,  $C_n^m = \binom{n}{m} = \frac{n!}{m!(n-m)!}$ .
5. **Kombinacja z powtórzeniami**. Funkcje niemalejące ze zbioru  $\{1, 2, \dots, m\}$  w zbiór  $\{1, 2, \dots, n\}$ . Jest ich  $\binom{n+m-1}{m} = \binom{n+m-1}{n-1}$ .
6. **Podział**. Podziały zbioru  $n$ -elementowego na  $m$ -części zawierających  $r_1, \dots, r_m$  elementów ( $r_1 + \dots + r_m = n$ ). Jest ich  $\frac{n!}{r_1! \dots r_m!}$ .

**Zad 1** Cyfry  $0, 1, 2, \dots, 9$  ustawiono losowo. Jakie jest prawdopodobieństwo, że

1. Między  $0$  i  $1$  znajdują się dokładnie  $4$  cyfry?
2.  $7, 8, 9$  będą stały obok siebie?

**Zad 2** Z  $24$  kart wybieramy  $5$ , Jaka jest szansa, że otrzymamy dokładnie  $2$  pary?

**Zad 3** Z  $52$  kart wylosowano  $6$ . Jaka jest szansa, że wśród wylosowanych kart będą karty czerwone i czarne?

**Zad 4** Z  $52$  kart wylosowano  $13$ . Jaka jest szansa, że wśród wylosowanych kart będą reprezentowane wszystkie wartości?

**Zad 5** Z  $52$  kart wylosowano  $13$ . Jakie są szanse otrzymania:

1. 5-pików, 4-kierów, 3-trefli, 1-kara?
2. układu  $5 - 4 - 3 - 1$ ?
3. układu  $4 - 4 - 4 - 1$ ?

**Zad 6** Na ile sposobów można rozdać  $n$  nierozróżnialnych paczków  $k$  osobom?

**Zad 7** Ile jest wyników rzutu  $n$ -nierozróżnialnych kości?

**Zad 8** Załóżmy, że  $n$  rozróżnialnych kul umieszczono losowo w  $n$  komórkach. Jaka jest szansa, że dokładnie jedna komórka jest pusta?

**Zad 9** W pudełku jest 6 śrubek dobrych i 2 złe. Jaka jest szansa, że przy wyborze 4 śrubek wybierze się 3 dobre i jedną złą?

**Zad 10** Jaka jest szansa, że daty urodzin 34 osób rozkładają się na poszczególne miesiące tak: 6 miesięcy po 3 osoby, 2 miesiące po 4 osoby i 4 miesiące po 2 osoby?

**Zad 11** Ile jest różnych rozwiązań równania

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 25$$

1. w zbiorze liczb całkowitych nieujemnych;
2. w zbiorze liczb naturalnych.

**Zad 12** Przy okrągłym stole losowo siada 10 chłopców i 3 dziewczyny. Jaka jest szansa, że żadne dwie dziewczyny nie siedzą obok siebie?

**Zad 13** W Lotto losuje się 6 liczb z 49. Jaka jest szansa, że żadne dwie nie będą kolejnymi.

**Zad 14** Roztargniona sekretarka włożyła losowo  $n$  listów do  $n$  zaadresowanych kopert. Jak jest szansa, że dokładnie  $k$  osób dostanie właściwy list.

**Zad 15** Znajdź liczbę funkcji ze zbioru  $m$ -elementowego na zbiór  $n$ -elementowy.