

Seria 2. Kombinatoryka

1. Jak to policzyć??

- Wariacja z powtórzeniami** A_n^m . Długość funkcje ze zbioru $\{1, 2, \dots, m\}$ w zbiorze $\{1, \dots, n\}$, $A_n^m = n^m$.
- Wariacja bez powtórzeń** V_n^m . Funkcje różnowartościowe ze zbioru $\{1, \dots, m\}$ w zbiorze $\{1, 2, \dots, n\}$, $m \leq n$, $V_n^m = n(n-1)\dots(n-m+1) = \frac{n!}{(n-m)!}$.
- Permutacja** P_n . Funkcje ze zbioru $\{1, \dots, n\}$ na zbiorze $\{1, \dots, n\}$, $P_n = n!$.
- Kombinacja** C_n^m . Podzbiory m elementowe w zbiorze n elementowym, $C_n^m = \binom{n}{m} = \frac{n!}{m!(n-m)!}$.
- Kombinacja z powtórzeniami**. Funkcje niemalejące ze zbioru $\{1, 2, \dots, m\}$ w zbiorze $\{1, 2, \dots, n\}$. Jest ich $\binom{n+m-1}{m} = \binom{n+m-1}{n-1}$.
- Podział**. Podział zbioru n -elementowego na m -części zawierających r_1, \dots, r_m elementów ($r_1 + \dots + r_m = n$). Jest ich $\frac{n!}{r_1! \dots r_m!}$.

Zad 1 Cyfry 0, 1, 2, ..., 9 ustawiono losowo. Jakie jest prawdopodobieństwo, że

- Między 0 i 1 znajduje się dokładnie 4 cyfry?
- 7, 8, 9 będą stały obok siebie?

Zad 2 Z 24 kart wybieramy 5, Jaka jest szansa, że otrzymamy dokładnie 2 pary?

Zad 3 Z 52 kart wylosowano 6. Jaka jest szansa, że wśród wylosowanych kart będą karty czerwone i czarne?

Zad 4 Z 52 kart wylosowano 13. Jaka jest szansa, że wśród wylosowanych kart będą reprezentowane wszystkie wartości?

Zad 5 Z 52 kart wylosowano 13. Jakie są szanse otrzymania:

- 5-pików, 4-kierów, 3-trefli, 1-kara?
- układu 5-4-3-1?
- układu 4-4-4-1?

Zad 6 Na ile sposobów można rozdać n nierozróżnialnych paczek osobom?

Zad 7 Ile jest wyników rzutu n -nierozróżnialnych kości?

Zad 8 Załóżmy, że n nierozróżnialnych kul umieszczono losowo w n komórkach. Jaka jest szansa, że dokładnie jedna komórka jest pusta?

Zad 9 W pudełku jest 6 rubek dobrych i 2 złe. Jaka jest szansa, że przy wyborze 4 rubek wybierze się 3 dobre i jedną złą?

Zad 10 Jaka jest szansa, że daty urodzin 34 osób rozkładają się na poszczególne miesiące tak: 6 miesięcy po 3 osoby, 2 miesiące po 4 osoby i 4 miesiące po 2 osoby?

Zad 11 Ile jest różnych rozwiązań równania

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 25$$

- w zbiorze liczb całkowitych nieujemnych;

2. w zbiorze liczb naturalnych.

Zad 12 Przy okrągłym stole losowo siada 10 chłopców i 3 dziewczyny. Jaka jest szansa, że żadne dwie dziewczyny nie siedzą obok siebie?

Zad 13 W Lotto losuje się 6 liczb z 49. Jaka jest szansa, że żadne dwie nie będą kolejnymi.

Zad 14 Roztargniona sekretarka włożyła losowo n listów do n zaadresowanych kopert. Jak jest szansa, że dokładnie k osób dostanie właściwy list.

Zad 15 Znajdź liczbę funkcji ze zbioru m -elementowego na zbiór n -elementowy.