

### Kolokwium z rachunku prawdopodobieństwa. GRUPA 3

1. Niech  $A \cup B \cup C = \Omega$ ,  $P(B) = 2P(A)$ ,  $P(C) = 3P(A)$ ,  $P(A \cap B) = P(A \cap C) = P(B \cap C)$ . Pokazać, że  $\frac{1}{6} \leq P(A) \leq \frac{1}{4}$ , przy czym oba kresy są przyjmowane.
2. W kwadracie  $[0, 1] \times [0, 1]$  narysowano parabolę  $y = 4(x - \frac{1}{2})^2$ . Jaka jest szansa wylosowania wewnątrz kwadratu punktu  $(x, y)$  który leży ponad zdefiniowaną parabolą?
3. W pudełku jest 15 wisienek bez pestek i 5 z pestkami. Łapczywa świnka zjada pięć wisienek (nie przejmując się pestkami). Jaka jest szansa, że teraz wyciągniemy wisienkę bez pestki?
4. Na  $n$  kartonikach jest zapisanych  $n$  różnych liczb rzeczywistych. Kartoniki włożono do pudełka, dobrze wymieszano, po czym losowano bez zwracania. Niech  $A_k$  oznacza, że  $k$ -ta wylosowana liczba jest większa od poprzedniej
  - (a) Pokazać, że  $P(A_k) = \frac{1}{k}$ ,  $k = 1, 2, \dots, n$ .
  - (b) Wykazać, że zdarzenia  $A_1, A_2, \dots, A_n$  są niezależne.
5. Student  $A$  rzuca kostką. Jeśli wypadnie 5 lub 6 oczek to biegnie po piwo. W przeciwnym wypadku na zakupy udaje się jego kolega  $B$ . Zabawa kończy się kiedy student  $A$  drugi raz pójdzie po zacy trunek. Obliczyć prawdopodobieństwo, że stanie się to po parzystej liczbie rzutów kostką.