

Zadania ze statystyki dla studentów geografii
Rozkład normalny

1. Dana jest zmienna losowa o rozkładzie normalnym o średniej 674 i odchyleniu standardowym 55. Wyznacz prawdopodobieństwo, że przybierze ona wartość < 600 .

2. Dana jest zmienna losowa o rozkładzie normalnym o średniej 410 i odchyleniu standardowym równym 2. Wyznacz prawdopodobieństwo, że przybierze ona wartość $<$ pomiędzy 407 a 415.

Odpowiedź: 0,927.

3. Dana jest zmienna losowa o rozkładzie normalnym o średniej 500 i odchyleniu standardowym równym 16. Wyznacz prawdopodobieństwo, że przybierze ona wartość większą niż 555.

4. Dana jest zmienna losowa o rozkładzie normalnym o średniej -44 i odchyleniu standardowym równym 16. Wyznacz prawdopodobieństwo, że przybierze ona wartość dodatnią.

Odpowiedź: 0,003, tj niespełna pół procent.

5. Dana jest zmienna losowa X o rozkładzie normalnym o średniej **16** i odchyleniu standardowym równym 3. Wyznacz $P(11 < X < 20)$, $P(17 < X < 19)$, $P(X > 15)$.

Odpowiedź: 0,8609, 0,2107, 0,6320.

6. Japoński producent samochodów marki Pcham-Go uważa, że przebieg, jaki wytrzymuje ten samochód bez remontu silnika jest zmienną losową o rozkładzie normalnym ze średnią $\mu = 160000$ km i odchyleniu standardowym $\sigma = 30000$ km. Wyznacz prawdopodobieństwo, że w losowo wybranym samochodzie przegląd silnika będzie miał miejsce między 100000 a 180000 km.

Rozwiązanie. Standaryzujemy zmienną losową X , zastępując ją przez $Z = \frac{X-\mu}{\sigma}$. Mamy zatem

$$P(100 < X < 160) = P\left(\frac{100-\mu}{\sigma} < \frac{X-\mu}{\sigma} < \frac{160-\mu}{\sigma}\right) = P\left(\frac{100-160}{30} < Z < \frac{160-160}{30}\right) = P(-2 < Z < 0,6667) =$$

$= P(-2 < Z < 0) + P(0 < Z < 0,6667)$. Z tablic odczytujemy, że jest to równe $0,4772 + 0,2475 = 0,7247$. Szukane prawdopodobieństwo wynosi w przybliżeniu 72,5%.

7. Stężenie zanieczyszczeń w pewnych półprzewodnikach produkowanych przez zakład w Brzeczyszczykiewiczach pod Trzemeszmem podlega rozkładowi normalnemu ze średnią 127 cząsteczek na milion i odchyleniem 22 na milion. Półprzewodnik spełnia normy UE, jeśli proporcja zanieczyszczeń nie przekracza 150 na milion. Jaki procent półprzewodników brzeczyszczykiewickich spełnia normy UE?

Rozwiązanie. Standaryzujemy zmienną losową X , zastępując ją przez $Z = \frac{X-\mu}{\sigma}$. Mamy $P(X < 150) = P\left(\frac{X-\mu}{\sigma} < \frac{150-\mu}{\sigma}\right) = P\left(Z < \frac{150-127}{22}\right) = P(Z < 1,045) = 0,5 + 0,3520 = 0,8520$.

Normy unijne spełnia 85,2 procent półprzewodników z Brzeczyszczykiewicz.

8. Jesienią 1986 roku cena złota na NYCE miała rozkład normalny ze średnią 409 dolarów za uncję z odchyleniem standardowym 12 \$. Dwóch maklerów giełdowych założyło się, że następnego dnia cena znacznie podskoczy i będzie wynosić między 420 a 425 dolarów za uncję. Wyznacz prawdopodobieństwo wygranej tego maklera, który nie wierzył w tę zwyczajkę.

Rozwiązanie. Standaryzujemy zmienną losową X , zastępując ją przez $Z = \frac{X-\mu}{\sigma}$. Mamy $P(420 < X < 425) = P(\frac{420-\mu}{\sigma} < \frac{X-\mu}{\sigma} < \frac{425-\mu}{\sigma}) = P(\frac{420-409}{12} < Z < \frac{425-409}{12}) = P(0,9166 < Z < 1,3333) = 0,4088 - 0,3203 = 0,0885$.

9. Kupiłem niepotrzebną mi rzecz za 93 złote 22 grosze. Chcę ją sprzedać na internetowej aukcji Allegro. Sonda wykazała, że oferowane ceny mają rozkład normalny o średniej 80 i odchyleniu 10 złotych. Jakie jest prawdopodobieństwo, że uda mi się tę rzecz odsprzedać bez straty?

Odpowiedź: 9,31%

10. Spółka Gwozdz-Poland, sp. zoo, produkuje gwoździe. Przeciętna tygodniowa produkcja wynosi 134768 sztuk na tydzień, z odchyleniem standardowym 13000. Wyznacz prawdopodobieństwo, że w pewnym tygodniu produkcja przekroczy 150000. Wyznacz prawdopodobieństwo, że w pewnym tygodniu produkcja spadnie poniżej 100000.

W pewnym tygodniu wyprodukowano tylko 80000 sztuk. Związki zawodowe twierdzą, że to jest w granicach dopuszczalnej tolerancji. Co ty na to?

Odpowiedź. 0,121, 0,0037. Prawdopodobieństwo, że zmienna w rozkładzie normalnym przyjmie wartość 80000 i poniżej, jest równe około 0,00003. Dlatego mamy 99,997 procent pewności, że spadek nie jest spowodowany sytuacją losową.

11. W woreczkach ziemniaków znajduje się przeciętnie po 124 sztuki. Odchylenie standardowe wynosi 12. Wyznacz 10% woreczków z największą liczbą ziemniaków.

Odpowiedź: Są to woreczki mające więcej niż 140 ziemniaków.

12. Samoloty zużywają na trasie Warszawa - Madryt przeciętnie $\mu = 5,7$ tony paliwa z odchyleniem standardowym $\sigma = 0,5$. Zabieranie zbyt wielkiej ilości paliwa jest nieekonomiczne, bo spowalnia samolot. Za mało paliwa może oznaczać konieczność międzylądowania. Linie lotnicze chcą mieć 99% gwarancji, że samolot doleci bez lądowania. Ile paliwa winien zatankować samolot?

Rozwiązanie. Dla zmiennej Z o rozkładzie normalnym $N(0,1)$ znajdujemy w tablicach wartość z taką, że $P(Z < z) = 0,99$. Wynosi ona $z = 2,33$. Zatem samolot musi zatankować co najmniej

$5,7 + 2,33 \cdot 0,5 = 6,865$ ton paliwa. To daje 99% pewności, że nie trzeba będzie lądować po drodze.

13. Supermarket "Niezdrowa żywność" sprzedaje tygodniowo 2450 puszek zupy grochowej z zakładów spożywczych "Grażyna Ochocka" na Grochowie w Warszawie. Liczba sprzedanych puszek jest zmienną o rozkładzie normalnym ze średnią 2450, odchyleniu standardowym 400. Wyznaczyć 95%-przedział ufności dla średniej sprzedanych puszek.

Odp. Między 1666 a 3234.

14. Szczepan J. ma kantor na lotnisku w Pcimiu Dolnym. Kantor zarabia zwykle na turystach wracających do swych kraju. Chcą oni wymienić pozostałe im złotówki z powrotem na swoją walutę lokalną. Szczepan wie (z długoletniego doświadczenia), że w sezonie średni obrót wynosi 25000 euro z odchyleniem standardowym 5000. Szczepan nie chce trzymać za dużo, ani za mało pieniędzy w kantorze. Zdecydował, że w kasie znajdować się będzie tyle, że prawdopodobieństwo, że zabraknie mu pieniędzy na wymianę jest równe 15%. Ile pieniędzy ma trzymać w kasie?

Odp. 30185 euro.

15. Waga kostek masła podlega rozkładowi normalnemu z odchyleniem standardowym 0,5. Dwadzieścia procent tych kostek waży więcej niż 16,5 dag. Jaka jest waga przeciętnej kostki masła?

Odp. 16,08 dag.