

## Rozkłady dyskretne

Zadanie 1. Na loterię pieniężną przygotowano 200 losów, w tym dwa wygrywające po 1000 zł, osiem po 500 zł, dziesięć po 200 zł, dwadzieścia po 100 zł i sześćdziesiąt po 10 zł. Reszta losów jest pusta. Niech zmienna losowa  $X$  oznacza wygraną na loterii.

- Przedstawić rozkład zmiennej losowej  $X$  w postaci tabelarycznej,
- Określić dystrybuantę zmiennej losowej  $X$ , narysować jej wykres.
- Wyznaczyć wartość oczekiwaną zmiennej  $X$ , [odp. = 53]
- Wyznaczyć jej wariancję i odchylenie standardowe. [odp. Wariancja = 20221]

Zadanie 2. Rzucono cztery razy monetą. Niech zdarzenie  $X$  oznacza liczbę wyrzuconych reszek.

- Zbudować rozkład zmiennej losowej  $X$ ,
- Określić dystrybuantę tej zmiennej, narysować jej wykres.
- Wyznaczyć wartość oczekiwaną, wariancję i odchylenie standardowe [odp. = 2, =1, =1]
- Obliczyć prawdopodobieństwo wyrzucenia co najmniej raz reszki. [odp. 15/16].

Zadanie 3. Rzucono cztery razy kostką sześcienną. Niech zmienną losową  $X$  będzie liczba otrzymanych wyników podzielnych przez 3. (skorzystać z wzoru na wariancję zmiennej losowej o rozkładzie dwumianowym).

- Zbudować rozkład zmiennej losowej  $X$ ,
- Określić dystrybuantę tej zmiennej, narysować jej wykres.
- Wyznaczyć wartość oczekiwaną, wariancję i odchylenie standardowe [odp. = 2, =1, =1]

Zadanie 4. Eksperyment polega na rzucie monetą. Wyznaczyć prawdopodobieństwo zdarzenia, że po raz pierwszy orła wyrzucimy za  $n$ -tym razem.

## Rozkład Poissona

Zadanie 5. Zarząd Transportu Miejskiego w Warszawie bada sprawność autobusów i tramwajów. Dokonano analizy stu wybranych pojazdów. W ciągu miesiąca ulegały one awariom. Dane pokazuje tabela:

Liczba awarii , $X=k$	0	1	2	3	4	5	6	7
Liczba pojazdów	15	33	26	16	6	2	1	1

Dlaczego można przyjąć, że rozkład tej zmiennej jest rozkładem Poissona? Wyznaczyć dystrybuantę zmiennej losowej  $X$ , określonej jako liczbę awarii w ciągu miesiąca. Narysować wykres tej dystrybuanty. Wyznaczyć prawdopodobieństwo, że losowo wybrany pojazd będzie miał co najwyżej jedną awarię.

[Wsk. Wyznaczyć najpierw wartość oczekiwaną, =1,8]

Zadanie 6. W okręgu DOKP Kraków-Południe zaobserwowano przez ostatnie 25 lat średnio 3 wykolejenia rocznie. Niech  $X$  oznacza zmienną losową określoną jako liczbę wykolejeń rocznie. Wyznaczyć prawdopodobieństwa  $n$  wykolejeń rocznie, gdzie  $n = 0,1,2,3,4,5,6$ .

Rozkłady ciągłe.

Zadanie 7. Dwaj kandydaci na urząd prezydenta miasta mają identyczne poparcie, po 50%. Ankietujemy 1024 osoby, na kogo będą głosować. Wyznaczyć prawdopodobieństwo, że na kandydata A głosować będzie co najmniej 544 a co najwyżej 560 osób.

Szkic rozwiązania. Korzystamy z tego, że ponieważ liczebność próby jest bardzo duża, rozkład jest zbliżony do normalnego o parametrach: średnia 512, wariancja 256. Odp.  $P=0,0214$ .

Zadanie 8. Czas, który lekarz poświęca pacjentowi, jest zmienna losowa o rozkładzie jednostajnym w przedziale (20; 40) minut. Podać funkcję gęstości i dystrybuantę. Wyznaczyć wartość oczekiwaną, medianę oraz wariancję. Wyznaczyć prawdopodobieństwo, że losowo wybrany pacjent spędzi w gabinecie między 25 a 35 minut.

Odp. Wartość oczekiwana 30, mediana = 30, wariancja 33,333. P-stwo =  $\frac{1}{2}$ .

Zadanie 8. W populacji studentów Akademii Ekonomicznej dokonano pomiaru wzrostu studentów (mężczyzn). Wzrost ten ma rozkład normalny  $N(176,10)$ . Wyznaczyć prawdopodobieństwo, że

- wzrost studenta jest  $< 186$  cm,
- wzrost jest większy niż 166 cm,
- wzrost studenta jest z przedziału (168, 184).
- Zakładając, że na uczelni studiuje 500 mężczyzn, oszacować, ilu może się zakwalifikować do drużyny koszykówki, jeżeli warunkiem przyjęcia jest, by mieć co najmniej 200 cm wzrostu.

Przedział ufności dla średniej

Zadanie 9. Burmistrz miasta Bodzewo Wielkie bardzo troszczy się o swoich mieszkańców. Bada, czy dobrze im się powodzi. W poprzednim roku przeprowadzono badania, ile wydają bodzewianie na żywność. Wybrano 100 rodzin trójosobowych. Okazało się, że średnie wydatki na żywność w tej rodzinie to 420 zł na miesiąc. Bodzewo jest małym miastem i koszty utrzymania tam są bardzo niskie.

- Wyznaczyć przedział ufności średnich miesięcznym wydatków przyjmując poziom istotności 0,05.
- Określić względny stopień precyzji oszacowania nieznanego parametru  $m$ .

Przedział ufności dla proporcji.

Zadanie 10. Niektórzy studenci pewnej uczelni palą papierosy. Indagując 400 studentów, stwierdzono, że ten karygodny proceder uprawia 160 studentów. Wyznaczyć przedział ufności proporcji palących, przyjmując poziom istotności 0,05. Ustalić względną precyzję oszacowania nieznanego proporcji. [Odp.  $0,352 < p < 0,448$  z precyzją ok. 12 %]

Zadanie 11. Z 1000-osobowej grupy ankietowanych osób, 520 oświadczyło, że wybierze na burmistrza polityka A. Polityk ten ogłosił triumfalnie w telewizji, że wygra wybory, bo większość go popiera. Jakie jest prawdopodobieństwo, że wygra? A gdyby 600 na 1000 osób go popierało? A 60 na 100?