

Kolokwium z OBLICZEŃ NAUKOWYCH

07.04.2009, 1.5 godz.

Utwórz katalog o nazwie takiej, jak Twoje nazwisko (**bez** „polskich” liter!) i następnie wejdź do tego katalogu; np.

```
mkdir Kowalski
cd Kowalski
```

Po zakończeniu kolokwium, przejdź do katalogu wyżej i utwórz archiwum; np.

```
cd ..
tar -cf Kowalski.tar Kowalski
tar -tf Kowalski.tar
```

Plik `Kowalski.tar` wyślij pocztą elektroniczną na adres `piotr.krzyzanowski@mimuw.edu.pl`.

Część I. Octave

ROZWIĄZANIA ZADAŃ W TEJ CZĘŚCI TO SKRYPTY LUB FUNKCJE O NAZWIE `zadanieX.m`, GDZIE X JEST NUMEREM ZADANIA. DODATKOWO WYMAGANE PLIKI SĄ WYMENIONE W TREŚCIACH ZADAŃ.

1. (10 pkt) Narysuj ładny i dokładny wykres funkcji

$$S(x) = \int_0^x \sin^2(\xi^{0.8}) d\xi$$

dla $x \in [0, 10^6]$. Wykres zachowaj (w wybranym formacie) w pliku graficznym o nazwie **graf01** (ze stosownym rozszerzeniem).

2. (10 pkt) Sprawdź, *kiedy* łączna populacja $p(t) = x(t) + y(t)$ osiągnie maksymalną wartość, gdy modelujemy dwa konkurujące, acz współegzystujące gatunki x i y :

$$\begin{cases} x' &= (\cos(t) - x - y)x, \\ y' &= (4 - 2x - 7y)y. \end{cases} \quad (1)$$

Przyjmij, że $x(0) = 0.1$ i $y(0) = 0.2$.

3. (10 pkt) W teorii łańcuchów Markowa występuje kwadratowa macierz przejścia P o elementach p_{ij} będących prawdopodobieństwem przejścia ze stanu i do stanu j , a więc zachodzi $0 \leq p_{ij} \leq 1$ oraz $\sum_{j=1}^N p_{ij} = 1$. Napisz funkcję Octave, generującą losową macierz P wymiaru N (przy czym $N \in \{1, \dots, 5000\}$) o podanych wyżej własnościach. Następnie, dla wygenerowanego konkretnego P wymiaru $N = 856$ znajdź rzeczywisty wektor π taki, że

$$\pi^T = \pi^T P.$$

oraz jednocześnie $\sum_i \pi_i = 1$ i $\pi_i \geq 0$. *Wskazówka: metoda brutalnej siły także będzie traktowana jako dobre rozwiązanie. Sprawdź, czy wszystkie współrzędne tego wektora są tego samego znaku.*

4. (10 pkt) Dla $x \in [0, L]$ i $t = \pi$ narysuj wykres przybliżonego rozwiązania równania cząstkowego

$$u_t(x, t) - a(x, t) \cdot u_{xx}(x, t) = f(x, t) \text{ dla } (x, t) \in (0, L) \times (0, T],$$

gdzie $a(x, t) = 1 + xt^2$, $f(x, t) = x \cos(t)$, $L = 2.5$, $T = 20.2$. Warunki brzegowo-początkowe to $u(0, t) = u(L, t) = 0$ oraz $u(0, x) = \pi/2x(L - x)$.