

## Kolokwium poprawkowe z MPI dla MSUI

1. Znajdź  $\bigcup_{n \in \mathbb{N}} A_n$  oraz  $\bigcap_{n \in \mathbb{N}} A_n$ , gdzie indeksowana rodzina zbiorów  $\langle A_n : n \in \mathbb{N} \rangle$  jest określona następująco:

$$A_n = \{x \in \mathbb{R} : \frac{1}{n+1} \leq x \leq n+1\}.$$

2. Znajdź  $f[A]$  i  $f^{-1}[B]$ , gdzie:

$$f(n, m) = n \cdot m \text{ dla } n, m \in \mathbb{N}, A = \{n \in \mathbb{N} : 2|n\}^2, B = \{n \in \mathbb{N} : 2|n\}.$$

3. Udowodnij, że relacja  $r$  na zbiorze  $\mathbb{R}$ , zdefiniowana następująco:

$$xry \Leftrightarrow x - y \in \mathbb{Q},$$

jest relacją równoważności na  $\mathbb{R}$ . Opisz klasę abstrakcji liczby  $\frac{3}{4}$ .

4. Udowodnij, że dla dowolnego niepustego zbioru  $A$ , relacja  $\leq$  na zbiorze  $A^*$  wszystkich słów nad  $A$ , zdefiniowana następująco:

$$s \leq t \text{ wtedy i tylko wtedy, gdy } \exists v \in A^* t = sv,$$

jest dobrze ufundowanym częściowym porządkiem.

5. Udowodnij, że zbiór wszystkich nieskończonych ciągów o wyrazach 0 i 1 jest nieprzeliczalny.

Bardzo proszę o podawanie starannych i kompletnych uzasadnień.

Proszę o napisanie rozwiązania każdego zadania na oddzielnej, podpisanej kartce.

Życzę powodzenia!