Dywizor Cartier D zadany jest lokalnie przez pary $\{(U_i, f_i)\}_i$ gdzie funkcje wymierne f_i i f_j dają te same dywizory na $U_i \cap U_j$, tzn. $f_i/f_j \in \mathcal{O}^*(U_i \cap U_j)$. Zatem ciecia snopa $\mathcal{O}(-D)$ lokalnie na U_i zadane sa przez f_i tj.

$$\mathcal{O}(-D)(U_i) = \mathcal{O}(U_i)(f_i).$$

Mamy zatem izomorfizmy

$$\mathcal{O}(-D)(U_i) \xrightarrow{1/f_i} \mathcal{O}(U_i),$$

$$\mathcal{O}(-D)(U_j) \xrightarrow{1/f_j} \mathcal{O}(U_j),$$

skąd izomorfizm pomiedzy trywializacjami w U_i a U_j dla wiazki $\mathcal{O}(-D)$ wygląda tak

$$\mathcal{O}(U_i) \xrightarrow{f_i/f_j} \mathcal{O}(U_j).$$

Zatem związki pomiędzy cięciami $\mathcal{O}(-D)$ w trywializacjach na U_i i U_j (tj. funkcjami regularnymi) wyglądają tak:

$$s_i \frac{f_i}{f_j} = s_j.$$

Przejdźmy teraz do rozmaitości torycznych. Jesli $D = \sum a_\rho D_\rho$ na rozmaitości torycznej X ze stożkami maksymalnego wymiaru jest dywizorem Cartier związanym z funkcja kawałkami liniową zadana na stożkach σ przez $m_\sigma \in M$ to dywizor D jest zadany lokalnie przez pary $\{(U_\sigma, \chi^{-m_\sigma})\}$. Zatem związki pomiędzy cięciami $\mathcal{O}(-D)$ w trywializacjach na U_i i U_j wyglądają tak:

$$s_i \frac{\chi^{m_j}}{\chi^{m_i}} = s_j.$$

Funkcje przejścia dla wiązki $\mathcal{O}(D)$ to odwrotności tych dla $\mathcal{O}(-D)$, zatem związki pomiedzy cięciami $\mathcal{O}(D)$ w trywializacjach na U_i i U_j wyglądają tak:

$$s_i \frac{\chi^{m_i}}{\chi^{m_j}} = s_j.$$

Zajmijmy się teraz wachlarzem $\Sigma^\bullet$ z zadania 6.5. Mamy izomorfizm

$$N \times \mathbb{Z}f \longrightarrow N \times \mathbb{Z}f$$

zadany wzorem $(v, a) \mapsto (v, a - m_\sigma(v))$, który zadaje trywializację

$$U_{\sigma^\bullet} \longrightarrow U_\sigma \times \mathbb{C}^*.$$

Izomorfizm dualny do powyższego na kratach $M \times \mathbb{Z}f^* \longleftarrow M \times \mathbb{Z}f^*$ jest identycznością na M a f^* przechodzi na $f^* - m_\sigma$. Zatem przy przejsciu z trywializacji jak nizej

$$U_{\sigma_j} \times \mathbb{C}^* \longleftarrow U_{(\sigma_i \cap \sigma_j)^\bullet} \longleftarrow U_{\sigma_j} \times \mathbb{C}^*$$

dostajemy, że

$$f^* \mapsto f^* - m_{\sigma_j} \mapsto f^* - m_{\sigma_j} + m_{\sigma_i}.$$

Zatem w lokalnych trywializacjach funkcje przejścia wyglądają tak

$$s_i \frac{\chi^{m_i}}{\chi^{m_j}} = s_j.$$

Porównując to z powyższymi obliczeniami widzimy, ze odpowiada to wiązce $\mathcal{O}(D)$. W szczególności w zadaniu 6.2.c należy poprawić znak. Przejdźmy teraz do wiązki tautologicznej czyli $\mathcal{O}(-1)$. W zadaniu 6.5 dostajemy ja dla $a = -1$. Dla prostoty ustalmy $n = 1$, przestrzeń totalna wiązki tautologicznej jest zadana równaniem $x_0y_1 - x_1y_0$ dla $((x_0 : x_1), (y_0, y_1)) \in \mathbb{P}^1 \times \mathbb{C}^2$. W szczególności $X(\Sigma^+_{-1})$ jest rozdmuchaniem $\mathbb{C}^2$. Wiązka ta nie ma cięcia innego niż zero bo wszystkie odwzorowania $\mathbb{P}^1 \longrightarrow \mathbb{C}^2$ sa stałe. Rozpatrzmy trywializacje

$$\mathbb{C} \times \mathbb{C} \longleftarrow \mathbb{P}^1 \times \mathbb{C}^2 \longrightarrow \mathbb{C} \times \mathbb{C}$$

zadane przez (wymierne) odwzorowania

$$(x_0/x_1, y_1) \leftarrow\!\shortmid ((x_0 : x_1), (y_0, y_1)) \mapsto (x_1/x_0, y_0).$$

Niech $t = x_1/x_0$ a $s_0 = y_0$. Wtedy $s_1 = y_1 = (x_1/x_0)s_0$. Dla porównania, niech $a = -1$. Oznaczmy dany dywizor przez D_a a bazę $\mathbb{Z}$ przez f, zatem $U_0 = \operatorname{Spec} \mathbb{C}[\chi^{-f^*}]$ a $U_1 = \operatorname{Spec} \mathbb{C}[\chi^{f^*}]$. W takim razie $m_{\sigma_0} = -f^*$ a $m_{\sigma_1} = 0$ stad $\mathcal{O}(D_a)(U_0) = \mathcal{O}(U_0)(\chi^{f^*})$ oraz $\mathcal{O}(D_a)(U_1) = \mathcal{O}(U_1)$. Zatem $s_0\chi^{-f^*} = s_1$. Ale χ^{-f*} jest współrzędną na U_0. Odpowiada to powyżej obliczonej równości. Zatem $\mathcal{O}(D_{-1})$ zadaje wiązkę tautologiczną. Podobny dowód działa dla $\mathbb{P}^n$.