Zadania domowe z GAL II — seria 7 (termin: 7 V)

1, 2 oraz 4. Patrz zadania nr 1, 2 oraz 4 na liście wykładowcy (kliknij link):

http://www.mimuw.edu.pl/~stroa/Gal2_13/Gal2_Zadania_Seria_7.pdf

3. Niech

$$p = [1, 1, 2], \qquad q = [0, -1, 3], \qquad l = [0, 0, 1] + \mathrm{lin}\big((1, 1, -1)\big).$$

Znajdź $r \in l$, dla którego pole trójkąta $\mathrm{af}(p, q, r)$ jest najmniejsze.

5. (do oddania osobno) a) Niech $G(\alpha_1, \ldots, \alpha_k)$ oznacza wyznacznik Gramma dla wektorów $\alpha_1, \ldots, \alpha_k \in \mathbb{R}^n$ (i standardowego iloczynu skalarnego). Udowodnij, że dla dowolnych $i \neq j$ oraz $a \in \mathbb{R}$ zachodzi

$$G(\alpha_1, \ldots, \alpha_{i-1}, \alpha_i + a \cdot \alpha_j, \alpha_{i+1}, \ldots, \alpha_j, \alpha_k) = G(\alpha_1, \ldots, \alpha_k).$$

b) Niech A, B, C, D będą czterema punktami w $\mathbb{R}^n$ *(jeśli Cię to uszczęśliwi, możesz założyć, że są w położeniu ogólnym)*. Udowodnij, że objętość czworościanu $ABCD$ równa się jednej trzeciej pola trójkąta ABC pomnożonej przez odległość punktu D od płaszczyzny $\mathrm{af}(A, B, C)$ *(tzn. przez długość wysokości czworościanu opuszczonej z wierzchołka D)*.