

KOŁOKWIUM II 2002/03

1. Niech $f: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$ będzie funkcjonałem liniowym $f = 3\varepsilon_1^* + 2\varepsilon_2^* - \varepsilon_3^*$ w bazie sprzężonej do bazy standardowej.

(i) napisać wzór na f .

(ii) Znaleźć współrzędne tego funkcjonału w bazie sprzężonej do bazy $v_1 = (2, 3, 1), v_2 = (1, 1, 0), v_3 = (-1, -2, 1)$.

2. Niech dana będzie afiniczna przestrzeń euklidesowa \mathbb{R}^3 ze standardowym iloczynem skalarnym $\langle \cdot | \cdot \rangle$, $L = [1, -3, 2] + \text{lin}\{(1, -2, 1)\}$ oraz $p_0 = [1, 2, 6], p_1 = [2, -1, -1]$. Znaleźć najmniejszą wartość pola trójkąta o wierzchołkach p_0, p_1, p_2 , gdzie $p_2 \in L$.

3. Niech dana będzie przestrzeń euklidesowa \mathbb{R}^4 ze standardowym iloczynem skalarnym $\langle \cdot | \cdot \rangle$ i jej podprzestrzeń $V = \text{lin}\{(1, 1, 1, 0), (0, 1, 1, 1)\}$.

(i) Znaleźć bazę prostopadłą i unormowaną podprzestrzeni V^\perp .

(ii) Niech s będzie symetrią prostopadłą \mathbb{R}^4 względem V . Znaleźć bazę $s(M)$, gdzie M jest podprzestrzenią liniową opisaną układem równań

$$\begin{cases} x_1 + x_4 = 0 \\ x_2 + x_3 = 0 \end{cases}$$

4. Niech dana będzie afiniczna przestrzeń euklidesowa \mathbb{R}^4 ze standardowym iloczynem skalarnym $\langle \cdot | \cdot \rangle$. Policzyć odległość punktu $p = [2, 4, -4, 2]$ od podprzestrzeni afinicznej H opisanej układem równań

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 - x_4 = 1 \\ x_1 + 3x_2 + x_3 - 3x_4 = 2 \end{cases}$$

Punktacja:

każde zadanie 10 punktów

Razem 40p.