

Każde zadanie powinno być rozwiązane na oddzielnej kartce. Na każdej kartce z rozwiązaniem powinno być:

- imię i nazwisko osoby zdającej oraz jej numer indeksu,
- numer grupy ćwiczeniowej do której osoba zdająca uczęszczała,
- numer rozwiązywanego zadania oraz litera - nazwa tematu.

Temat A

1. Niech dany będzie układ równań:

$$\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 + ax_3 = 3 \\ 2x_1 - x_2 + 3x_3 = 2 \\ x_1 + 3x_2 - 2x_3 = b \end{cases}$$

- Znaleźć wartości parametrów $a, b \in \mathbb{R}$, dla których układ ma rozwiązania;
- Rozwiązać układ dla $a = 1, b = 1$ wykorzystując wzory Cramera.

2. Niech f będzie endomorfizmem przestrzeni liniowej \mathbb{R}^3 danym wzorem:

$$f(x_1, x_2, x_3) = (-x_2 + 2x_3, -x_1 + 2x_3, -x_1 - x_2 + 3x_3).$$

- Znaleźć postać i bazę Jordana f .
- Dla jakich $a, b \in \mathbb{R}$ istnieje taka baza przestrzeni \mathbb{R}^3 , że w tej bazie f

ma macierz:
$$\begin{bmatrix} 2 & -1 & b \\ 2 & -1 & -2 \\ -1 & 1 & a \end{bmatrix}$$

3. a) Znaleźć postać Jordana macierzy $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$.

b) Czy macierz $B = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 0 & 0 \\ 2 & 2 & 2 & 1 \\ -2 & -2 & -1 & 0 \end{bmatrix}$ jest podobna do macierzy A ?
nad \mathbb{R}

4. Niech $H_r = \text{af}([1, 1, 2], [2, 3, 1], [0, r, 3])$ będzie podprzestrzenią afiniczną w \mathbb{R}^3 .

- Dla jakich $r \in \mathbb{R}$ podprzestrzeń H_r jest prostą?
- Dla każdego $r \in \mathbb{R}$ znaleźć układ równań opisujący H_r .

5. Niech f będzie endomorfizmem rzędu 2 przestrzeni liniowej \mathbb{C}^2 . Wykazać, że ma miejsce jedna z trzech sytuacji: 1) f jest diagonalizowalny; 2) $\text{tr} f$ jest wartością własną f ; 3) $\frac{1}{2} \text{tr} f$ jest wartością własną f .