Sprawdzian 3
27 marca 2010

Zadanie 1 *Niech* $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 & -2 & -2 \\ -2 & -3 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & -2 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$.

a) Podaj postać Jordana macierzy A.

b) Zbadaj dla jakich liczb naturalnych n *macierze* A *i* A^n *są podobne.*

Zadanie 2 *Niech* $B = \begin{bmatrix} 7 & 8 & -2 & -2 \\ -2 & -1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 4 \end{bmatrix}$.

a) Znajdź bazę, w której macierz B *jest w postaci Jordana.*

b) Wypisz wszystkie macierze Jordana, które mają ten sam wielomian charakterystyczny i ten sam wielomian minimalny co B. *(Z dokładnością do permutacji klatek.)*

Zadanie 3 *Niech* $C = \begin{bmatrix} 5 & -6 & 0 \\ 3 & -4 & 0 \\ 9 & -9 & -1 \end{bmatrix}^{12}$.

a) Oblicz wielomiany charakterystyczny i minimalny macierzy C.

b) Oblicz C^{12}.

Zadanie 4 *Niech* $A = af\,\{[1,1,-1,0],[2,1,0,0],[2,1,2,1],[0,1,0,1]\}$ *i* B *opisana układem równań* $B\ :\ \begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + x_3 + x_4 &= 3 \\ x_1 + 2x_2 + x_3 &= 2 \end{cases}$ *będą podprzestrzeniami afinicznymi* $\mathbb{R}^4$.

a) Znajdź bazę punktową $A \cap B$.

b) Opisz przestrzeń $af(A \cup B)$ *układem równań.*

Zadanie 5

a) Napisz wzór analityczny i macierz rzutu $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ *na prostą* $l = af\,\{[1,1,3],[1,0,2]\}$ *wzdłuż płaszczyzny opisanej równaniem:* $2x_1 - 2x_2 + x_3 = 2$.

b) Niech T_α *oznacza przesunięcie o wektor* α *w przestrzeni* $\mathbb{R}^3$. *Zbadaj dla jakich wektorów* $T_\alpha \circ f = f \circ T_\alpha$.