Kolokwium I (2 kwietnia 2003)

1. Obliczyć wyznacznik z macierzy:

$$\begin{bmatrix} 1 & n & n & \dots & n \\ n & 2 & n & \dots & n \\ n & n & 3 & \dots & n \\ \vdots & & & & \\ n & n & n & \dots & n \end{bmatrix}$$

2. Niech $f\colon \mathbb{C}^3 \to \mathbb{C}^3$ będzie przekształceniem liniowym danym wzorem $f(x_1, x_2, x_3) = (2x_1, x_1 + x_2 + x_3, x_1 - x_2 + 3x_3)$. Znaleźć bazę i postać Jordana dla f.

3. Niech $p_0 = [1, 0, 1], p_1 = [0, 1, 1], p_2 = [1, 1, 0], p_3 = [1, 1, 1] \in E(\mathbb{R}^3)$.
(a) Uzasadnić, że punkty te tworzą bazę punktową w $E(\mathbb{R}^3)$.
(b) Niech $f\colon E(\mathbb{R}^3) \to E(\mathbb{R}^3)$ będzie przekształceniem afinicznym takim, że:

$$f(p_0) = [4, 3, 2], \quad f(p_1) = [2, 1, 1]$$
$$f(p_2) = [-1, 1, 0], \quad f(p_3) = [0, 1, 2]$$

Znaleźć wzór analityczny na f oraz układ bazowy $f(E)$, gdzie E jest podprzestrzenią afiniczną opisaną równaniem $2x_1 + x_2 + x_3 - 3 = 0$.

4. Znaleźć wzór analityczny na izomorfizm afiniczny $E(\mathbb{R}^2)$ przeprowadzający prostą $K = \{[2 + 4t, 2 + 3t] \mid t \in \mathbb{R}\}$ na prostą L opisaną równaniem $x_1 + 4x_2 - 2 = 0$ oraz punkt $[1, 1]$ na punkt $[0, 0]$.

Punktacja:
każde zadanie 10 punktów
Razem 40p.