

Każde zadanie powinno być rozwiązane na oddzielnej kartce. Na każdej kartce z rozwiązaniem powinno być:

- imię i nazwisko osoby zdającej oraz jej numer indeksu,
- numer grupy ćwiczeniowej do której osoba zdająca uczęszczała,
- numer rozwiązywanego zadania oraz litera - nazwa tematu.

### Temat B

1. Niech dany będzie układ równań:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 2 \\ x_1 + 3x_2 - x_3 = 5 \\ 2x_1 + ax_2 + 6x_3 = b \end{cases}$$

- a) Znaleźć wartości parametrów  $a, b \in \mathbb{R}$ , dla których układ ma rozwiązania;  
b) Rozwiązać układ dla  $a = -2, b = -2$  wykorzystując wzory Cramera.

2. Niech  $f$  będzie endomorfizmem przestrzeni liniowej  $\mathbb{R}^3$  danym wzorem:

$$f(x_1, x_2, x_3) = (-x_2 + 2x_3, -x_1 + 2x_3, -x_1 - x_2 + 3x_3).$$

- a) Znaleźć postać i bazę Jordana  $f$ .  
b) Dla jakich  $a, b \in \mathbb{R}$  istnieje taka baza przestrzeni  $\mathbb{R}^3$ , że w tej bazie  $f$

ma macierz: 
$$\begin{bmatrix} a & 2 & -1 \\ -1 & 3 & b \\ -1 & 2 & 0 \end{bmatrix}$$

3. a) Znaleźć postać Jordana macierzy  $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ .

b) Czy macierz  $B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$  jest podobna do macierzy  $A$ ?

*nad  $\mathbb{R}$*

4. Niech  $H_r = \text{af}([1, 2, 1], [2, 1, 3], [r, 4, -3])$  będzie podprzestrzenią afiniczną w  $\mathbb{R}^3$ .

- a) Dla jakich  $r \in \mathbb{R}$  podprzestrzeń  $H_r$  jest prostą?  
b) Dla każdego  $r \in \mathbb{R}$  znaleźć układ równań opisujący  $H_r$ .

5. Niech  $f$  będzie endomorfizmem rzędu 2 przestrzeni liniowej  $\mathbb{C}^n$ . Wykazać, że ma miejsce jedna z trzech sytuacji: 1)  $f$  jest diagonalizowalny; 2)  $\text{tr} f$  jest wartością własną  $f$ ; 3)  $\frac{1}{2}\text{tr} f$  jest wartością własną  $f$ .