3. kolokwium z algebry liniowej

20 grudnia 2016

kod 111011

Zadanie 1.

Określone są endomorfizmy: $\phi_s : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ wzorem $\phi_s((x_1, x_2)) = (x_1 + 2x_2, sx_1 - x_2)$ dla $s \in \mathbb{R}$ oraz $\psi : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ wzorem $\psi((x_1, x_2, x_3)) = (4x_1 + 4x_2, x_1 + 4x_2 + x_3, 2x_3)$

a) Określić wartości $s \in \mathbb{R}$, dla których wektor $(1, 3) \in \mathbb{R}^2$ jest wektorem własnym ϕ_s

b) Podać wielomian charakterystyczny (może być zapisany w postaci iloczynu) oraz wartości własne ψ

c) Wyznaczyć bazy podprzestrzeni własnych ψ w $\mathbb{R}^3$. Podać w $\mathbb{R}^3$ bazę złożoną z wektorów własnych ψ lub uzasadnić, że taka baza nie istnieje.

Zadanie 2.

Zadana jest macierz $A = \begin{bmatrix} 4 & -1 \\ 6 & -1 \end{bmatrix}$

a) Znaleźć takie macierze D i $C \in M_{2\times 2}\mathbb{R}$, że D jest diagonalna zaś C jest odwracalna i $D = C^{-1}AC$.

b) Podać wzór A^n dla $n = 1, 2, \ldots$.

Zadanie 3.

Określono w $\mathbb{R}^4$ podprzestrzeń wektory $v_1 = ((1, 0, 0, 1), v_2 = (0, 0, 1, 1))$ i $w = (0, 0, 0, 6)$, podprzestrzeń $V = lin(v_1, v_2)$.

a) Zastosować do układu v_1, v_2 proces ortogonalizacji Grama-Schmidta i unormować otrzymany układ.

b) Obliczyć rzut prostopadły $P_V(w)$ wektora w na V

c) obliczyć $S_V(w)$, obraz w w symetrii prostopadłej względem V.