

kod 1011101

1. a) Niech $B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 2 & 0 & 1 & -2 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$. Obliczyć B^{-1} .

b) Niech $A_t = \begin{bmatrix} 1 & 3 & -1 \\ 0 & 2 & t \\ 2 & 1 & 1 \end{bmatrix}$, gdzie $t \in \mathbb{R}$

Określić dla jakich wartości $t \in \mathbb{R}$ macierz A_t jest odwracalna. Znaleźć taką wartość $t \in \mathbb{R}$, aby w macierzy A_t^{-1} liczba w 1 wierszu i 3 kolumnie była równa 2.

2.

a) Znaleźć objętość równoległościanu w \mathbb{R}^3 o wierzchołku $A = (1, 2, 1)$ i przyległych do niego wierzchołkach $B = (1, 2, 8)$, $C = (1, 6, 1)$, $D = (2, 3, 5)$.

b) Niech $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 & 4 \\ 1 & 3 & 3 & 4 \\ 3 & 3 & -1 & 4 \\ 3 & 6 & 0 & 1 \end{bmatrix}$, zaś $B = \begin{bmatrix} 1 & 29 & 33 & 14 \\ 0 & 3 & 31 & 47 \\ 0 & 0 & -1 & 41 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$,

Obliczyć $\det A$ oraz

$\det((B^T \cdot B)^2)$.

3 Niech w \mathbb{R}^4 zadane będą wektory $a = [1, 1, 1, 0]^T$, $b = [1, 1, 0, -1]^T$, $c = [2, 0, 1, 2]^T$

a) Obliczyć długość wektora a oraz odległość od a do b .

Które z powyższych wektorów a, b, c są wzajemnie prostopadłe?

b) Znaleźć w $V = \text{lin}(b, c)$ wektor najbliższy do a . (Jest to rzut a na V .)

4. Sprzedaż napojów chłodzących kawiarni wynosiła w kolejnych miesiącach $y_1 = 3, y_2 = 6, y_3 = 3, y_4 = 6, y_5 = 6$ (w dziesiątkach tysięcy złotych). Średnie temperatury tych pięciu miesięcy to kolejno $t_1 = -4, t_2 = -1, t_3 = 0, t_4 = 2, t_5 = 3$. Znaleźć, najlepiej dobraną do danych zależność sprzedaży od średniej temperatury w miesiącu postaci $y = mt + c$, gdzie $m, c \in \mathbb{R}$.

5. Na zbiorze $E = \{(x, y) : x^4 + y^4 \leq 82\}$ określono funkcję f wzorem $f(x, y) = x - 27y + 1$. Uzasadnić, że funkcja f osiąga w tym zbiorze największą i najmniejszą wartość. Obliczyć te wartości.