2 Kolokwium z algebry

29 listopada

kod 1100011

Zadanie 1. Niech w $\mathbb{R}^2$ będą zadane baza $\mathcal{B} = \{(1,3),(2,1)\}$, oraz pewna baza $\mathcal{A}$, taka, że $M(id)_{\mathcal{A}}^{\mathcal{B}} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$ zaś w $\mathbb{R}^3$ pewna baza $\mathcal{C}$. Określono przekształcenie liniowe $\phi : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^3$ macierzą:
$M(\phi)_{\mathcal{C}}^{\mathcal{A}} = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$

a) znaleźć $M(\phi)_{\mathcal{C}}^{\mathcal{B}}$

b) Znaleźć wektory bazy$\mathcal{A}$

c) znaleźć macierz zamiany współrzędnych $M(id)_{\mathcal{B}}^{\mathcal{A}}$

Zadanie 2. Niech $A_t = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 4 & t & 4 \end{bmatrix}$

a) Znaleźć te wartości $t \in \mathbb{R}$, dla których macierz A_t jest odwracalna.

b) Dobrać taką wartość $t \in \mathbb{R}$, aby w macierzy A_t^{-1} trzeci element drugiego wiersza wynosił 6.

c) Podać macierz A_t^{-1} dla $t = 5$.

Zadanie 3. Niech $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 & 4 \\ 3 & 6 & 5 & 1 \\ 3 & 5 & 4 & 9 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 3 & 2 & 7 & 8 \\ 2 & 3 & 9 & 3 \\ 0 & 0 & 6 & 2 \\ 0 & 0 & 4 & 2 \end{bmatrix}$,
$C = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 0 & 1 & 7 & 6 \\ 0 & 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 5 \end{bmatrix}$.

a) obliczyć $\det A$.

b) Obliczyć $\det(C^{-2} \cdot B^{-5} \cdot (C^{\top})^4)$