Zadania domowe, seria 6

29 listopada 2013

Proszę o oddanie rozwiązań do 2 grudnia.

1. Niech V, W będą przestrzeniami liniowymi nad ciałem $\mathbb{Z}_p$, gdzie p jest liczbą pierwszą. Udowodnić, że jeśli przekształcenie $f : V \to W$ spełnia warunek $f(v+v') = f(v)+f(v')$ dla dowolnych wektorów $v, v' \in V$ to f jest przekształceniem liniowym.

2. Niech V, V', W, W' będą przestrzeniami liniowymi nad pewnym ciałem K.

a) Wykazać, że dla każdego przekształcenia liniowego $\phi : V' \to V$ odwzorowanie $\phi^* : L(V, W) \to L(V', W)$ zdefiniowane przez równość $\phi^*(\psi) = \psi \circ \phi$ dla $\psi \in L(V, W)$ jest przekształceniem liniowym.

b) Wykazać, że dla każdego przekształcenia liniowego $\phi : W \to W'$ odwzorowanie $\phi_* : L(V, W) \to L(V, W')$ zdefiniowane przez równość $\phi_*(\psi) = \phi \circ \psi$ dla $\psi \in L(V, W)$ jest przekształceniem liniowym.