

## Zadania domowe, seria 4

28 października 2013

Proszę o oddanie rozwiązań do 8 listopada.

Zadanie 1. (8p.) Na zbiorze liczb rzeczywistych dodatnich  $P = (0, \infty)$  określono działanie  $\oplus$  wzorem  $v \oplus w = v \cdot w$  (zwykły iloczyn  $v$  przez  $w$ ) dla  $v, w \in P$  oraz dla  $r \in \mathbb{R}$  i  $v \in P$  działanie  $r \odot v = v^r$  ( $v$  podniesione do potęgi  $r$ ). Udowodnić, że z tak określonymi działaniami  $\oplus$  jako dodawaniem wektorów oraz  $\odot$  jako mnożeniem wektora przez skalar zbiór  $P$  stanowi przestrzeń liniową nad ciałem  $\mathbb{R}$ .

Zadanie 2. (6p) Niech  $V, U$  będą podprzestrzeniami liniowymi przestrzeni liniowej  $W$  nad ciałem  $K$ . Udowodnić, że  $V \cup U$  jest podprzestrzenią liniową  $W \Leftrightarrow V \subset U$  lub  $U \subset V$ .

Zadanie 3.(6p) Dla jakich wartości parametru  $t \in \mathbb{R}$  zbiór rozwiązań poniższego układu równań jest podprzestrzenią przestrzeni liniowej  $\mathbb{R}^3$

$$\begin{cases} 3x_1 + (1-t^2)x_2^3 - x_3 = 0 \\ x_1 - 5x_2 + (2t+2)|x_3| = t^3 - t \end{cases}$$

Zadanie 4. (5p) Dla jakich wartości parametru  $s \in \mathbb{C}$  wektor  $u_s = (4+4i, -1+4i, s)$  należy do  $\text{lin}(v, w)$ , gdzie  $v = (1-i, 3, 2i)$ ,  $w = (3, i, i)$  są wektorami  $\mathbb{C}^3$ , przestrzeni liniowej nad ciałem  $\mathbb{C}$ . Dla tych wartości  $s$  przedstawić  $u_s$  jako kombinację liniową  $v$  i  $w$ .