

Zadania domowe, seria 10

13 stycznia 2014

Zadanie 1. Udowodnić, że macierz kwadratowa odwracalna A o elementach całkowitych ma macierz A^{-1} też o elementach całkowitych $\Leftrightarrow \det A = 1$ lub $\det A = -1$.

Zadanie 2. Udowodnić, że jeżeli w macierzy A nad ciałem \mathbb{R} wszystkie elementy są równe 1 lub -1 to dla $n \geq 3$ zachodzi $|\det A| \leq (n-1)(n-1)!$.

Zadanie 3. Niech macierz kwadratowa A spełnia warunek $A^n = [\mathbf{0}]$ dla pewnej liczby naturalnej n , gdzie $[\mathbf{0}]$ oznacza macierz zerową. Wówczas macierz $I + A$ jest odwracalna.

Zadanie 4. Udowodnić, że jeśli macierz kwadratowa A stopnia n spełnia $A^2 = I_n$ to $r(A + I_n) + r(A - I_n) = n$, gdzie $r(X)$ oznacza rząd macierzy X .

Proszę o oddanie rozwiązań do 20 stycznia 2014 roku.