

Proszę o oddanie rozwiązań do 11 października.

Zadanie 1.

Rozwiązać metodą macierzową układy równań:

$$U_1 : \begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 4x_4 = 0 \\ 7x_1 + 14x_2 + 20x_3 + 27x_4 = 0 \\ 5x_1 + 10x_2 + 16x_3 + 19x_4 = -2 \\ 3x_1 + 5x_2 + 6x_3 + 13x_4 = 5 \end{cases}$$
$$U_2 : \begin{cases} 3x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 4x_4 = 8 \\ x_1 + x_2 + x_3 + 2x_4 = 4 \\ 5x_1 + 3x_2 + 6x_3 + 3x_4 = 9 \end{cases}$$
$$U_3 : \begin{cases} x_1 + x_2 = 1 \\ x_1 + x_2 + x_3 = 4 \\ x_2 + x_3 + x_4 = -3 \\ x_3 + x_4 + x_5 = 2 \\ x_4 + x_5 = -1 \end{cases}$$
$$U_4 : \begin{cases} 6x_1 + 4x_2 + 5x_3 + 2x_4 + 3x_5 = 1 \\ 3x_1 + 2x_2 + 4x_3 + x_4 + 2x_5 = 3 \\ 3x_1 + 2x_2 - 2x_3 + x_4 = -7 \\ 9x_1 + 6x_2 + x_3 + 3x_4 + 2x_5 = 2 \end{cases}$$

Zadanie 2. Dla jakich wartości $t \in \mathbb{R}$ niesprzeczny jest poniższy układ

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 2x_3 - 3x_4 = 2 \\ 2x_1 + 4x_2 + 3x_3 + 8x_4 = 7 \\ 3x_1 + 6x_2 + 5x_3 + 5x_4 = t \end{cases}$$

Zadanie 3. Udowodnić, że każdą macierz M w postaci schodkowej można sprowadzić elementarnymi operacjami wierszowymi do postaci schodkowej zredukowanej. Pokazać, że jeśli macierz M ma rozmiary $m \times n$ to wystarczy $\min(m, n) \cdot (\min(m, n) + 1)/2$ takich operacji.