

## Ćwiczenia i pytania do 9. wykładu

28 listopada 2009

0. Podać definicję macierzy podobnych.
1. Podać definicję macierzy diagonalnej.
2. Podać definicję macierzy diagonalizowalnej.
3. Przytoczyć twierdzenia pozwalające stwierdzić, że pewne macierze są diagonalizowalne.
4. Wskazać, które z następujących macierzy są diagonalne, a które diagonalizowalne:  $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ ,  $\begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$ ,  $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}$ .
5. Sprawdzić na przykładzie macierzy  $\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$  oraz  $\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$ , że suma macierzy diagonalizowalnych nie musi być macierzą diagonalizowalną. Co można powiedzieć o sumie macierzy diagonalnych?
6. Sprawdzić na przykładzie macierzy  $\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$  oraz  $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$ , że iloczyn macierzy diagonalizowalnych nie musi być macierzą diagonalizowalną. Co można powiedzieć o iloczynie macierzy diagonalnych?.
7. Sprawdzić, że jeśli macierz  $M$  jest diagonalizowalna, to dla dowolnej liczby  $a \in \mathbb{R}$ , również macierz  $aM$  jest diagonalizowalna. Jaki jest związek pomiędzy wartościami własnymi i przestrzeniami własnymi endomorfizmów reprezentowanych przez  $M$  i  $aM$ ? (rozróżnić przypadek  $a \neq 0$  i  $a = 0$ ).