1. Podać definicję endomorfizmu przestrzeni liniowej V.

2. Niech endomorfizm $\phi : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ będzie zadany wzorem $\phi((x_1, x_2)) = (x_1 + 2x_2, -3x_1)$. Znaleźć macierze tego endomorfizmu a)$M(\phi)_{st} = M(\phi)_{st}^{st}$, w bazie standardowej $\mathbb{R}^2$,

b) $M(\phi)_{\mathcal{A}} = M(\phi)_{\mathcal{A}}^{\mathcal{A}}$,w bazie $\mathcal{B}$ złożonej z wektorów $(1, 1), (-1, 0)$.

3. Niech ϕ_α oznacza obrót $\mathbb{R}^2$ o kąt α (w mierze radianowej, zgodnie z ruchem wskazówek zegara), wokół punktu $(0, 0)$. Dla jakich wartości α ten endomorfizm $\mathbb{R}^2$ ma wartości i wektory własne? Podać macierz ϕ_α w bazie standardowej.

4. Które, i dla jakich wartości własnych, wektory bazy standardowej są wektorami własnymi endomorfizmu $\phi : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ opisanego macierzą $m(\phi)_{st} = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 3 & 4 \end{bmatrix}$. Czy ϕ ma również wektory własne o innych wartościach własnych?

5. Zadany jest endomorfizm $\varphi : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ zależny od parametru s wzorem: $\varphi((x_1, x_2)) = (x_1 + x_2, sx_1 - x_2)$. Dla jakiej wartości $s \in \mathbb{R}$ wektor $(1, 3)$ jest wektorem własnym φ? Jaka wartość własna mu wtedy odpowiada?

6.a) Dany jest endomorfizm $\varphi : \mathbb{R}^5 \to \mathbb{R}^5$. Czy φ ma wektor własny? Co można powiedzieć o endomorfizmie na $\mathbb{R}^4$?

Odp. 3. 0, π. 4. $(1, 0, 0)$ dla $\lambda = 2$, $(0, 0, 1)$ dla $\lambda = 4$ 5. $s = 15$ 6.b) Dobrać tak, by wielomian charakterystyczny nie miał pierwiastków (dopuszczamy tylko pierwiastki rzeczywiste).