1. Wypisać macierze jednostkowe I_n dla $n = 1, 2, 3, 4$.

2. Sprawdzić dla $n = 3$, że istotnie macierz I_n stanowi element neutralny mnożenia macierzy kwadratowych, tzn. $I_3 \cdot \begin{bmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & j \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & j \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & j \end{bmatrix} \cdot I_3$.

3. Które z podanych macierzy 2×2 są odwracalne: $\begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1/2 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 6 \end{bmatrix}$.

4. a) Dla jakich wartości parametru $t \in \mathbb{R}$ odwracalna jest macierz $A_t = \begin{bmatrix} 3 & 5 \\ t & 1 \end{bmatrix}$. Podać dla tych wartości t wzór na A_t^{-1}.

b) Dla jakiej wartości $t \in \mathbb{R}$ suma elementu w 1. kolumnie i 2. wierszu oraz elementu w 2. kolumnie i 1. wierszu macierzy A_t^{-1} wynosi 3.

5. Znaleźć układ równań opisujący podprzestrzeń V rozpiętą na wektorach $\mathbb{R}^n$. Użyć metody minorów.

a) $V = lin((2, 4, 1), (3, 1, 2)) \subset \mathbb{R}^3$

b) $V = lin((2, 1, 0, 4), (3, 2, 5, 1)) \subset \mathbb{R}^4$

c) $V = lin((2, 3, 1, 0, 4), (3, 2, 0, 5, 1)) \subset \mathbb{R}^5$

6. W przestrzeni W są bazy $\mathcal{A}$, $\mathcal{B}$ oraz $M(id)_{\mathcal{A}}^{\mathcal{B}} = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 5 & 3 \end{bmatrix}$. Podać $M(id)_{\mathcal{B}}^{\mathcal{A}}$.

7. Mamy niesprzeczny układ równań liniowych z 10 zmiennymi U. Rząd macierzy współczynników układu U wynosi 4. a) Ile wynosi rząd macierzy układu (tzn. macierzy współczynników rozszerzonej o kolumnę wyrazów stałych). Ile parametrów wystąpi w rozwiązaniu ogólnym? c) Ile wynosiłby rząd macierzy układu, gdyby U był sprzeczny?

Odp. 4. a) $t \neq 3/5$, b) $t = 1$ 5. a) $\det \begin{bmatrix} x_1 & x_2 & x_3 \\ 2 & 4 & 1 \\ 3 & 1 & 2 \end{bmatrix} = 0$ b) Układ dwóch równań: $\det \begin{bmatrix} x_1 & x_2 & x_3 \\ 2 & 1 & 0 \\ 3 & 2 & 5 \end{bmatrix} = 0$, $\det \begin{bmatrix} x_1 & x_2 & x_4 \\ 2 & 1 & 4 \\ 3 & 2 & 1 \end{bmatrix} = 0$

6. $M(id)_{\mathcal{B}}^{\mathcal{A}} = (M(id)_{\mathcal{A}}^{\mathcal{B}})^{-1} = \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ -5 & 2 \end{bmatrix}$ 7. a) 4 (twierdzenie Kroneckera - Capelliego), b) $6 = 10 - 4$ c) 5