

1. Wypisać macierze jednostkowe I_n dla $n = 1, 2, 3, 4$.
2. Sprawdzić dla $n = 3$, że istotnie macierz I_n stanowi element neutralny

mnożenia macierzy kwadratowych, tzn. $I_3 \cdot \begin{bmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & j \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & j \end{bmatrix} =$

$$\begin{bmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & j \end{bmatrix} \cdot I_3.$$

3. Które z podanych macierzy 2×2 są odwracalne: $\begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$, $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$, $\begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1/2 \end{bmatrix}$, $\begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 6 \end{bmatrix}$.

4. Dla jakich wartości parametru $t \in \mathbb{R}$ odwracalna jest macierz $A_t = \begin{bmatrix} 3 & 5 \\ t & 1 \end{bmatrix}$. Podać dla tych wartości t wzór na A_t^{-1} . Dla jakiej wartości $t \in \mathbb{R}$ suma elementu w 1. kolumnie i 2. wierszu oraz elementu w 2. kolumnie i 1. wierszu macierzy A_t^{-1} wynosi 3.

5. Podać definicję endomorfizmu przestrzeni liniowej V .

6. Niech endomorfizm $\phi : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ będzie zadany wzorem $\phi((x_1, x_2)) = (x_1 + 2x_2, -3x_1)$. Znaleźć macierze tego endomorfizmu a) $M(\phi)_{st} = M(\phi)_{st}^{st}$, w bazie standardowej \mathbb{R}^2 ,

b) $M(\phi)_{\mathcal{A}} = M(\phi)_{\mathcal{A}}^{\mathcal{A}}$, w bazie \mathcal{B} złożonej z wektorów $(1, 1), (-1, 0)$.

7. Niech ϕ_α oznacza obrót \mathbb{R}^2 o kąt α (w mierze radianowej, zgodnie z ruchem wskazówek zegara), wokół punktu $(0, 0)$. Dla jakich wartości α ten endomorfizm \mathbb{R}^2 ma wartości i wektory własne? Podać macierz ϕ_α w bazie standardowej.

8. Które, i dla jakich wartości własnych, wektory bazy standardowej są wektorami własnymi endomorfizmu $\phi : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ opisanego macierzą

$$m(\phi)_{st} = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 3 & 4 \end{bmatrix}.$$

Czy ϕ ma również inne wektory własne? Wartości własne?