Ćwiczenia i pytania do 5. wykładu

7 listopada 2009

1. Zadano macierze $A = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ -1 & 5 \\ 2 & 4 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} -5 & 2 \\ 1 & 3 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}$. Obliczyć $A + B$, $3A$, $2A - 3B$.

2. Niech $W = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 & 3 \end{bmatrix}$, $K = \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \\ 3 \\ 2 \end{bmatrix}$, $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 2 \\ 1 & 2 & 1 & 0 \end{bmatrix}$, $C = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$. Obliczyć iloczyny macierzy $W \cdot K$, $A \cdot K$, $C \cdot A$. Obliczyć $(((K \cdot W) \cdot K) \cdot W) \cdot K$ [Wskazówka: skorzystać z łączności mnożenia macierzy].

3. Podać przykład dwu takich macierzy $A, B \in M_{2\times 2}(\mathbb{R})$, by $A{\cdot}B \neq B{\cdot}A$.

4. Uzupełnić poprawnie poniższy wzór macierzą złożenia przekształceń liniowych $\phi \circ \psi$ w odpowiednich bazach:$M(\phi)^{\mathcal{A}}_{\mathcal{C}} \cdot M(\psi)^{\mathcal{C}}_{\mathcal{B}} =?$.

5. W $\mathbb{R}^2$ zadane są bazy $\mathcal{A} = ((1, 2), (1, -1))$ oraz $\mathcal{B} = ((1, 1), (3, 2))$. Przekształcenie $\phi : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ zadano macierzą $M(\phi)^{\mathcal{B}}_{\mathcal{A}} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 3 \end{bmatrix}$. Wektor $v \in \mathbb{R}^2$ ma w bazie $\mathcal{A}$ współrzędne $4, 5$. Jakie współrzędne w bazie $\mathcal{B}$ ma wektor $\phi(v)$? Co to za wektor ?

6. Znaleziono dla pewnej bazy $\mathcal{A}$ w $\mathbb{R}^2$ macierz zamiany współrzędnych $M(id)^{st}_{\mathcal{A}} = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$, gdzie st oznacza bazę standardową. Z których wektorów $\mathbb{R}^2$ składa się baza $\mathcal{A}$?