

# Ćwiczenia i pytania do 1. wykładu

4 października 2009

1. Które z poniższych układów liniowych są jednorodne? Które z liczb w tych układach są współczynnikami, a które wyrazami wolnymi? Jaki współczynnik stoi przy  $x_3$  w drugim równaniu pierwszego układu, a jaki przy  $x_4$ ?

$$\begin{cases} 2x_1 + 4x_2 + x_3 + 3x_4 + 3x_5 = 5 \\ 2x_1 + 4x_2 + x_4 + 3x_5 = 3 \end{cases}, \begin{cases} x_1 + 4x_2 + x_3 + 3x_4 + 3x_5 = 0 \\ x_1 + 2x_2 + x_3 + 2x_4 + 2x_5 = 0 \end{cases}$$

2. Które z poniższych piątek liczb spełniają pierwszy układ z 1., a które drugi?

a)  $1\frac{1}{2}, 0, 2, 0, 0$ .

b)  $0, 0, 0, 0, 0$ .

c)  $-2, -1, 0, 1, 1$ .

3. Podać definicję układu sprzecznego. Czy układ jednorodny równań liniowych może być spreczny?

4. Podać definicję układów równoważnych. Czy układy z 1. są równoważne? Czy jakikolwiek układ liniowy niejednorodny może być równoważny układowi liniowemu jednorodnemu? Czy układy spreczne są równoważne?

5. Jakie trzy typy operacji na równaniach układu liniowego, prowadzących do układu równoważnego, rozpatrywaliśmy?

6. Zapisać na trzy różne sposoby rozwiązanie ogólne układu złożonego z jednego równania  $x_1 + 2x_2 - x_3 = 4$ , przyjmując kolejno  $x_1, x_2, x_3$  jako zmienne zależne, zaś pozostałe dwie zmienne jako parametry.

7. Zapisać macierze układów z punktu 1. W których kolumnach wystąpią współczynniki układów, a w których stałe (wyrazy wolne). Podać układ,

któremu odpowiada macierz  $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 1 & 3 & 0 \\ 2 & 1 & 1 & 1 & -4 \end{bmatrix}$ .

8. Jakie trzy typy operacji na wierszach macierzy rozpatrywaliśmy? Jakim operacjom na układzie liniowym odpowiadają te operacje?

9. Wskazać, które z poniższych macierzy są w postaci schodkowej oraz, które w postaci schodkowej zredukowanej. Wskazać elementy wiodące wierszy

szy macierzy. Wypisać układy równań, którym odpowiadają te macierze. Wskazać, które zmienne wybierzemy jako zmienne zależne, a które jako parametry. Które z tych układów są sprzeczne?

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 2 & 3 & 4 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix},$$
$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 3 \end{bmatrix}$$