Analiza matematyczna 2, 2016/2017
ćwiczenia 3.

7 marca 2017

1. Niech:
$$f_n(x) = \begin{cases} nx & \text{dla } x \in \left[0, \frac{1}{n}\right] \\ 2 - nx & \text{dla } x \in \left(\frac{1}{n}, \frac{2}{n}\right] \\ 0 & \text{dla } x > \frac{2}{n} \end{cases}.$$
Zbadaj zbieżność ciągu f_n na przedziale $[0, \infty)$.

2. Zbadaj zbieżność ciągu $g_n(x) = x^n$ na przedziale $[0, 1]$.

3. Udowodnij, że ciąg
$$h_n(x) = \sqrt{x^2 + x + \frac{1}{n}}$$
jest zbieżny jednostajnie na przedziale $[0, \infty)$.

4. Zbadać zbieżność ciągu $p_n(x) = \sqrt[n]{x}$ na przedziale $(0, \infty)$ i podać jej rodzaj.

5. Wykaż, że ciąg
$$q_n(x) = \frac{2x}{1 + 4n^2x^2}$$
jest jednostajnie zbieżny na $\mathbb{R}$.

6. Zbadaj zbieżność ciągu $v_n(x) = x^n$ na przedziale $\left[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right]$.

7. Zbadaj zbieżność ciągu
$$w_n(x) = \frac{n}{x + n}$$
na przedziale $(0, \infty)$.

8. Zbadaj zbieżność ciągu
$$z_n(x) = \frac{nx}{1 + nx^2}$$
na całym zbiorze $\mathbb{R}$.