Zadania komputerowe, 1999/2000
Metody numeryczne
Dla osób, które nie oddały zadania poprzedniego.

Termin 8/01/2000 (tym razem ostateczny!)

Zadanie 1 Opracować procedurę, która dla różnych węzłów $\{x_i\}_{i=0,\ldots,n}$ z danego odcinka $[a,b]$ i danych wartości funkcji $\{f(x_i)\}_{i=0,\ldots,n}$ wyznacza wielomian interpolacyjny Lagrange'a $w(x)$ stopnia n taki, że

$$w(x_i) = f(x_i) \;\; i = 0,\ldots,n.$$

Porównywać wyniki dla różnych funkcji f i trzech rodzajów węzłów

- Węzłów równoodległych, t.j. $x_i = ih$ dla $i = 0,\ldots,n$ i $h = (b-a)/n$.
- Węzłów Czebyszewa.
- losowo wybranych n węzłów z odcinka $[a,b]$ (wylosować generatorem liczb pseudolosowych).

zwiększając ilość węzłów, tzn. n. Rysować wykresy funkcji f i otrzymanych wielomianów interpolacyjnych dla powyższych węzłow. Testować dla funkcji o różnej gładkości i z różnie ograniczonym pochodnymi na odcinkach różnej długości. Propozycje funkcji i odcinków:

1. wielomian stopnia k ($k > n$ i $k \leq n$).
2. $\log(x)$ na $[1/3,3]$, $[1,3]$ i $[1,20]$.
3. $\sin(kx)$ na $[0,3]$ (im większe k tym większe wartości pochodnych,)
4. $|\sin(kx)|$ na $[1,3]$ - funkcja tylko ciągła (choć odcinkami gładka).

Dobrze żeby była możliwość wyświetlania tylko funkcji i jednego z trzech różnych wielomianów interpolacyjnych.

Zadanie 2 Opracować procedurę przybliżającą pojedyńczą całkę na skończonym odcinku $[a,b]$ stosując dla kolejno połowionych kroków całkowania złożoną kwadrature trapezów.

Testować dla funkcji podcalkowych o różnej gładkości porównując otrzymany wynik z wynikiem dokładnym. Zmniejszając krok całkowania obserwować zbieżność. Liczyć iloraz błedu $|I(f) - T_N f|/|I(f) - T_{2N} f|$, gdzie $I(f) = \int_a^b f$ a $T_N f$ - złożona kwad. trap. na podziale odcinka na N pododcinków.

Przykłady funkcji do testów: $x^k,\; k = 2, 10, 30$, $sin(2\Pi x)$, $|sin(2\Pi x)|$, $|x - 1/3|^{3/2}$ na $[0,1]$.

Punktacja:

Za jedno zadanie 3 pkty tj.Zad1:3pkt, Zad2:3 pkt.

Za 2 zadania 10 pktów.

Zadania(e) trzeba zaprezentować do 8/01/2000.